

JORNAL
DE
SCIENCIAS MATHEMATICAS
PHYSICAS E NATURAES

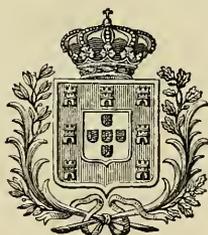
PUBLICADO SOB OS AUSPICIOS

DA

ACADEMIA REAL DAS SCIENCIAS DE LISBOA

TOMO I

NOVEMBRO DE 1866 — DEZEMBRO DE 1867



LISBOA
TYPOGRAPHIA DA ACADEMIA

1868

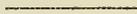
I. MATHEMATICA



4. Amortisação annual media das pensões nos principaes montepios de sobrevivencia portuguezes

POR

DANIEL AUGUSTO DA SILVA



Prescrever pelo calculo as condições economicas, em que devem ser constituidas as sociedades de soccorros mutuos, é uma necessidade, cuja demonstração escusam completamente os espiritos esclarecidos. Para os que o não são, ha uma prova *à posteriori*, que deveria violentar a adhesão dos mais incredulos; é o spectaculo doloroso de tantas associações d'aquella especie, nas quaes a inteira bancarrota dos seus programmas de vantagens affiançadas, ministra a verificação irrecusavel de que se havia promettido mais do que rasoavelmente se poderia dar.

Se para muitas pessoas póde parecer difficil o estabelecer a relação mathematica, que deve existir entre as contribuições dos socios, e as vantagens que se lhes garantem nas associações, cujo instituto é o subsidio diario no caso de doença, de velhice, ou de invalidez, ou o pagamento de uma somma determinada na época do obito dos associados; as difficuldades do calculo são incontestavelmente superiores quando se trata dos montepios da especie, que existe no nosso paiz, em que se estipulam pensões de sobrevivencia distribuidas aos herdeiros necessarios, ou legatarios, mantendo-se approximadamente os principios estabelecidos no direito patrio de successão, e devendo esses subsidios cessar integral ou parcialmente por obito, casamento, maioridade, ou emprego dos pensionistas.

Se em taes instituções se podem graduar com facilidade, para a accumulção provavel de um certo capital, as contribuições dos socios em relação á idade de cada um, este unico elemento é uma base insufficientissima para sobre ella ser calculada a probabilidade da duração da respectiva pensão, tão grande é a variação de circumstancias que podem occorrer para tornar mais ou menos duradoira a totalidade d'essa

pensão, ou das suas parcelas, distribuidas pelos diversos herdeiros, segundo as prescripções dos estatutos.

Na impossibilidade pois de fixar singularmente *à priori* a duração de cada pensão, convirá determinar experimentalmente as leis que regulam a caducidade collectiva de todos os encargos d'essa especie, e suppor que a pensão ou pensões que lega cada socio são sujeitas á caducidade media, que se deduziu das observações feitas sobre todo o conjuncto das pensões.

Essa caducidade geral póde representar-se, ou pela media da duração de todas as pensões, ou pelo decrescimento, que, na duração v. g. d'um anno, soffre a somma total d'esses encargos paga no anno anterior.

O primeiro processo de avaliação tornar-se-hia extremamente exacto, limitando a observação a um periodo de vinte e tantos annos, duração maxima dos montepios nacionaes, que nos podem servir para o nosso exame.

Trataremos pois de reconhecer approximadamente, qual deve considerar-se como a media annual de amortisação das pensões, e até que ponto poderá licitamente admittir-se a constancia de tal numero, hypothese esta que muito notavelmente simplifica o calculo das contribuições dos socios necessarias para garantir determinada grandeza de pensões.

Antes do calculo estatístico, faremos algumas considerações geraes sobre as condições normaes em que deveria ser fixada a media, que pretendemos achar.

Essas condições seriam: 1.º a existencia d'um grande numero de socios; 2.º constancia d'esse numero; 3.º constancia da media das edades dos socios; e finalmente 4.º constancia da media das suas contribuições annuaes.

Fixada em taes circumstancias a media da amortisação das pensões, e deduzindo-se d'ella os preceitos que deveriam regular as contribuições dos socios em relação ás vantagens estipuladas — afim de que na associação ficasse definitivamente estabelecido o equilibrio financeiro, claro está, que esses preceitos tambem seriam a norma necessaria para garantir a estabilidade economica de qualquer outro montepio analogo, em que todavia se não dessem as condições de inalteravel permanencia, que acima mencionámos.

Consideremos pois uma associação, em que se verifiquem os quatro citados quesitos de normalidade, e para simplificar mais a questão supponhamos primeiro, que a grandeza de cada pensão legada é constante, qualquer que seja o numero de annos de permanencia no montepio de cada socio fallecido.

será muito lento, por duas razões — pelo rapido decrescimento dos termos das fracções (B), e pelo crescimento dos termos das fracções (A).

Se o numero dos socios admittidos annualmente fosse continuamente augmentando, poderiamos considerar uma tal sociedade como o resultado da sobreposição successiva de diversas associações em que o numero das admissões fosse constante; d'essa formação resultaria, como é claro, um abaixamento na taxa da amortisação n'esse periodo de progresso ascendente.

Se as pensões, em vez de serem constantes, como suppozemos, para cada socio, crescessem á medida que o obito se verificasse mais annos depois da matricula, é evidente tambem, que d'esse facto procederia variar para menos a grandeza da amortisação.

Mas de qualquer maneira que essa variação tenha lugar, poderemos sempre determinar o valor constante que deveria ter a taxa da amortisação para que, n'uma dada época, a associação tivesse satisfeito a uma somma de encargos exactamente igual á que effectivamente teve de supportar.

A determinação d'esse valor medio, que designaremos por s , será de uma vantagem immensa para o calculo do estabelecimento de qualquer montepio de sobrevivencia, analogo áquelles cuja estatistica tivermos observado, por quanto o problema de fixar as condições economicas para a admissão de cada socio, reduzir-se-ha aos seguintes termos:

Dada a idade de uma admissão, qual deve ser a grandeza da contribuição por uma só vez, e annualmente (joia e quota) para que, no fim da vida media do admittido, se tenha accumulado uma somma tal, que garanta o pagamento de uma certa pensão, cuja duração se suppõe eterna, e cujo decrescimento annual se suppõe constante, e é conhecido.

As hypotheses da existencia indefinida, e decrescimento constante das pensões, não são, como é claro, senão ficções do calculo, mas que representam com fidelidade as condições economicas da estabilidade da instituição.

Vejamos pois como se deverá fixar o valor que corresponde a s no fim de um certo numero de annos de existencia da sociedade.

Sejam p_1, p_2, p_3 , etc. as sommas de pensões effectivamente pagas em cada anno desde o primeiro em que começaram esses encargos; a_1, a_2, a_3 , etc. a correspondente parte de cada uma d'essas sommas, que deixou de ser paga no anno seguinte; serão respectivamente $p_2 - p_1 + a_1, p_3 - p_2 + a_2$, etc. as pensões novas a pagar em cada um dos annos depois do primeiro, e teremos em relação a cada uma das successivas gerencias annuaes os elementos do quadro seguinte:

PENSÕES

<u>pagas cessantes (a)</u>	<u>novas</u>	<u>pagas na hypothese da amortisação annual constante</u>
p ₁ p ₁	
p ₂	p ₂ - p ₁ + a ₁	p ₂ - p ₁ + a ₁ + p ₁ (1 - s)
p ₃	p ₃ - p ₂ + a ₂	p ₃ - p ₂ + a ₂ + (p ₂ - p ₁ + a ₁)(1 - s) + p ₁ (1 - s) ²
p ₄	p ₄ - p ₃ + a ₃	p ₄ - p ₃ + a ₃ + (p ₃ - p ₂ + a ₂)(1 - s) + (p ₂ - p ₁ + a ₁)(1 - s) ² + p ₁ (1 - s) ³
.....
.....
.....
.....
p _n	p _n - p _{n-1} + a _{n-1}	p _n - p _{n-1} + a _{n-1} + (p _{n-1} - p _{n-2} + a _{n-2})(1 - s) + + (p _{n-2} - p _{n-3} + a _{n-3})(1 - s) ² + p ₁ (1 - s) ⁿ⁻¹

(a) Empregamos a expressão explicita das pensões cessantes, e não a das novas, porque as primeiras, em geral menos numerosas, se deduzem, mais facilmente que as segundas, dos relatorios publicados pelos montepios.

Para estabelecer agora a necessaria egualdade entre os pagamentos effectivos da primeira columna vertical, e os hypotheticos da ultima, attendendo devidamente á successão das épocas do pagamento, e reduzindo todas as despezas, por meio do juro composto, a uma época commum, para a qual tomaremos o ultimo anno do periodo considerado — será conveniente suppor que todos os pagamentos de um anno se effectuam no meio d'elle. Esta supposição, evidentemente admissivel, com approximação bastante, quando se trata de uma pensão, que é satisfeita em todos os mezes do anno, será licita igualmente para as pensões em que se não dá essa circumstancia, por quanto geralmente, as que principiam, começam pelo pagamento dos ultimos mezes do anno, e as que cessam, terminam com o pagamento dos primeiros mezes, acontecendo, para as que começam e terminam no mesmo anno, comprehenderem n'elle alguns dos mezes medios, ou approximarem-se umas vezes do principio, outras vezes do fim do anno.

Suppondo pois todas as despezas de cada anno verificadas no meio d'elle, e reduzindo, por meio da taxa do juro r , em relação á unidade (o centesimo da percentagem) todos os pagamentos feitos n'uma serie de n annos ao meio do ultimo d'elles, a taxa media s deverá satisfazer á equação.

$$\begin{aligned}
 & p_1(1+r)^{n-1} + \\
 & [p_2 - p_1 + a_1 + p_1(1-s)](1+r)^{n-2} + \\
 & [p_3 - p_2 + a_2 + (p_2 - p_1 + a_1)(1-s) + p_1(1-s)^2](1+r)^{n-3} + \\
 & [p_4 - p_3 + a_3 + (p_3 - p_2 + a_2)(1-s) + (p_2 - p_1 + a_1)(1-s)^2 + p_1(1-s)^3](1+r)^{n-4} + \\
 & \dots\dots\dots \\
 & p_n - p_{n-1} + a_{n-1} + (p_{n-1} - p_{n-2} + a_{n-2})(1-s) + \dots\dots p_1(1-s)^{n-1} = \\
 & p_1(1+r)^{n-1} + p_2(1+r)^{n-2} + p_3(1+r)^{n-3} + \dots\dots + p_n.
 \end{aligned}$$

No primeiro membro reunindo os termos, em que entra o factor p_1 , acharemos

$$\begin{aligned}
 p_1[(1+r)^{n-1} + (1+r)^{n-2}(1-s) + (1+r)^{n-3}(1-s)^2 + \dots + (1-s)^{n-1}] = \\
 = p_1 \cdot \frac{(1+r)^n - (1+s)^n}{r+s}.
 \end{aligned}$$

Semelhantemente acharemos os termos

$$\begin{aligned}
 & (p_2 - p_1 + a_1) \cdot \frac{(1+r)^{n-1} - (1-s)^{n-1}}{r+s}; \\
 & (p_3 - p_2 + a_2) \cdot \frac{(1+r)^{n-2} - (1-s)^{n-2}}{r+s}; \\
 & \quad \vdots \\
 & \quad \vdots \\
 & (p_n - p_{n-1} + a_{n-1}) \cdot \frac{1+r - (1-s)}{r+s}.
 \end{aligned}$$

Reunindo todos os termos analogos, e designando por $p'_1, p'_2, p'_3,$ etc. a totalidade das pensões accrescidas em cada anno, ter-se-ha

$$(C) \dots \dots \dots \frac{\sum p'_1(1+r)^n - \sum p'_1(1-s)^n}{r+s} = \sum p_1(1+r)^{n-1}$$

comprehendendo cada um dos sommatorios n termos.

Da equação (C) se deduzirá portanto o valor de s correspondente a qualquer periodo de annos decorrido.

Quando n for consideravelmente grande, e se derem as outras circumstancias, que nos devem fornecer, com sufficiente exactidão, a approximada grandeza do s normal, teremos, como acima foi indicado, a base indispensavel para fixar rigorosamente a tabella das contribuições, que os socios devem pagar, em relação á idade da sua matricula, afim de que seja garantida a solvabilidade permanente da associação.

A uma objecção conviria occorrer n'este lugar. Supposto que a sociedade se constitua exactamente nas condições precisas, para se verificar inalteravelmente o quadro exarado a pag. 177, e acontecendo n'essa hypothese, que, passados m annos, a taxa de amortisação se torna indefinidamente constante, poderia acreditar-se, que o valor achado para o s medio, fosse um pouco menor do que o necessario, para que as contribuições impostas aos socios se não tornassem sobejas, e isto pela circumstancia, de ao quadro da citada pagina faltar um complemento indispensavel, que é o periodo da extincção total das pensões procedentes da cessação de novas admissões. N'esse periodo a taxa de amortisação deveria augmentar, e tal acrescimo contribuiria para fazer crescer o s achado na supposição da associação ser eterna.

É facil porém de reconhecer, que se a época da extincção do montepio tiver de verificar-se muitissimos annos depois do numero m , que torna s constante, a influencia d'essa remotissima acceleração da taxa de amortisação, tornar-se-ha, em virtude da acção dos juros compostos, absolutamente insensivel para alterar o valor de s achado na hypothese de a sociedade não acabar nunca.

Deduzir o valor de s da formula (C) pelos methodos de resolução das equações numericas seria um problema extremamente laborioso, quando n fosse muito grande. Temos porém um meio simples de por tentativa chegar a uma solução approximada. Dividindo a somma das pensões cessantes, durante todo o periodo, pela somma das pensões pagas, obteremos um primeiro valor approximado de s ; depois augmentar-se-ha, ou diminuir-se-ha convenientemente esse valor, advertindo, que devem exceder a verdadeira grandeza de s , os valores que fizerem o primeiro membro de (C) menor que o segundo; e pelo contrario será s diminuto, quando o primeiro membro se tornar maior que o segundo.

Passaremos a fazer applicação do processo exposto aos montepios geral e de marinha, no primeiro dos quaes o numero dos socios tem constantemente crescido, podendo no segundo considerar-se como quasi estacionario.

O mappa 1.º fornece os elementos do calculo em relação ao montepio geral. Suppozemos n'esse mappa, bem como no relativo ao montepio de marinha, ser $r=0,07$.

Se para a primeira d'essas instituições tomarmos o periodo integral de existencia, para o qual é $n=25$, e dividirmos a totalidade das verbas da columna a pela totalidade das verbas p , menos a ultima d'estas, acharemos um primeiro valor approximado

$$s=0,022.$$

Se na equação (C) suppozermos $s=0,02$, e calculando $\Sigma p'_1(1-s)^{n-1}$, como se calcula $\Sigma p'_1(1,07)^{n-1}$, multiplicarmos a primeira grandeza por $1-s$, e a segunda por $1,07$, obteremos

despeza em pensões, suppondo $s=0,02$	223,297\$611
» effectiva	221:164\$172
differença	2:133\$439

que mostra ser o valor arbitrado a s menor que o verdadeiro. Se tomassemos $s=0,022$, obter-se-hia

despeza em pensões, para $s=0,022$	221:253\$445
» effectiva	221:164\$172
differença	89\$273

a qual sendo excessivamente diminuta, pôde acceitar-se como rigoroso o valor

$$s=0,022.$$

Em relação ao montepio geral de marinha (mappa num. 2) sommando as pensões cessantes por todo o periodo d'existencia da sociedade, e dividindo essa totalidade pela somma das pensões vencidas correspondentes (menos a verba de 1866) obteremos o valor approximado

$$s=0,037.$$

Se na equação (C) suppozermos primeiro $s=0,037$, obter-se-ha

despeza em pensões n'essa hypothese	673:685\$906
» effectiva	676:326\$874
differença para menos	2:640\$968

que mostra ser exagerado o valor de s .

Suppondo $s=0,036$, acha-se, n'essa hypothese

despeza em pensões	675:571\$434
» effectiva	676:326\$874
differença para menos	755\$440

a qual, pela sua diminuta grandeza, prova que o valor s ultimamente adoptado é muito mais exacto do que seria $s=0,037$.

Os valores da taxa de amortisação, que a estatistica e a formula (C) dão para os dois montepios que estudámos — affastam-se ambos, e em sentidos contrarios, das grandezas que esse elemento assumiria n'aquellas duas associações, se ellas se achassem em circumstancias normaes.

No montepio geral, o numero continuo e rapidamente crescente das novas admissões contribue para manter s abaixo da sua verdadeira grandeza media.

Pelo contrario no montepio de marinha, onde a quasi constancia das existencias annuaes dos socios poderia ministrar-nos uma suffi-

ciente aproximação da grandeza normal de s , verificam-se todavia duas circumstancias, ambas concorrentes para exaggerar o algarismo achado para esse elemento, e são ellas:

1.º Tendo-se constituido a sociedade em 1842 com a grande maioria dos empregados inscriptos n'essa época nos quadros das repartições do ministerio, e sendo muitos d'elles de idade avançada, as primeiras pensões que appareceram deveriam em geral ser de menos duração.

2.º Sendo as inscripções de novos socios geralmente feitas com a subscripção do minimo capital que os estatutos admittem, a totalidade das pensões annualmente pagas é menor do que seria em mais prosperas circumstancias: e como as pensões cessantes em grande parte procedem de socios antigos, os quaes, em media, subscreveram com maiores capitaes, esses dois factos concorrem ambos para augmentar s .¹

O effeito das duas causas precedentes é em parte compensado pelo motivo de que até 1857, havendo n'aquella associação sobrevivencia das pensões das mães para os filhos, apenas com uma caducidade da 6.ª parte, essa disposição tornou a amortisação mais lenta, do que seria não havendo sobrevivencia, como succede desde a sanção dos novos estatutos do citado anno.

Do que temos exposto deve concluir-se, que n'uma sociedade que estabelece pensões de sobrevivencia, e cujos estatutos sejam analogos aos que actualmente vigoram no montepio geral de marinha, todas as considerações de prudencia aconselham, que para garantir a estabilidade da instituição, as tabellas das contribuições, e das pensões sejam calculadas adoptando-se para s uma grandeza inferior a 0,036.

O valor hypothetico d'essa taxa deve descer ainda muito mais, se, como succede no montepio geral, se derem as tres seguintes circumstancias, todas simultaneamente coincidentes para produzir o abaixamento de s : 1.ª partilha da pensão, quando haja viuva e filhos em duas partes eguaes — uma para a viuva, e outra para ser repartida entre os filhos: no montepio de marinha a pensão é sempre dividida em porções eguaes entre todos os herdeiros; 2.ª sobrevivencia da pensão da mãe para os filhos; 3.ª continuação temporaria das pensões ás filhas que casam, representada pela concessão de dotes.

A formula (C) e os mappas numeros 1 e 2 poderiam servir para

¹ Além das indicadas causas de erro, contribue tambem para augmentar s , o modo pouco exacto porque foram calculadas muitas das verbas p . Vide observações annexas ao mappa num. 2.

determinar o s , que corresponde a uma porção do periodo total, que esses mappas comprehendem.

Por exemplo, se quizermos fazer o calculo em relação aos ultimos $n - m$ annos, teremos

$$\Sigma p_{m+1} (1+r)^{n-m-1} = \Sigma p_1 (1+r)^{n-1} - (1+r)^{n-m} \Sigma p_1 (1+r)^{m-1}$$

equação, em que os dois ultimos sommatorios são immediatamente dados pelos mappas. Semelhantemente se calculariam os outros sommatorios da formula (C).

Elementos para o calculo da amortisação media das pensões no montepio geral

EXERCÍCIOS	n	p	a	$p' - p + a$	$\Sigma p_1(1,07)^{n-1}$	$\Sigma p'_1(1,07)^{n-1}$
1842	1	119850		119850	119850	119850
1843	2	255569		135719	383609	263959
1844	3	295750	780	40961	706426	323397
1845	4	989980	9629	703859	1745856	1049894
1846	5	1174570	» » »	184590	3042636	1307977
1847	6	1457018	146250	428698	4712639	1828233
1848	7	1364130	49075	-43813	6366654	1912396
1849	8	1504460	13788	154118	8316780	2200382
1850	9	2028480	22086	546106	10927435	2900515
1851	10	2262480	10000	244000	13954835	3347551
1852	11	2192115	24973	-45392	17123788	3536488
1853	12	2409490	7577	224952	20731943	4008994
1854	13	3080065	10944	681519	25263244	4971143
1855	14	3558600	12704	491239	30590271	5810362
1856	15	4183430	67704	692534	36915020	6909621
1857	16	5457720	85775	1360065	44956791	8753359
1858	17	6911760	181043	1635083	55015526	11001177
1859	18	7504880	161445	754565	66371493	12525824
1860	19	8096300	149529	740949	79113798	14143581
1861	20	8830955	170281	904936	93482719	16038568
1862	21	10972562	306877	2448484	110999071	19609752
1863	22	13545723	231533	2804694	132314729	23787129
1864	23	16194066	201874	2850217	157770826	28302445
1865	24	19169954	462161	3438049	187984738	33721665
1866	25	20020502	440331	1290879	221164172	37373061

OBSERVAÇÕES.— n numero de annos de existencia da sociedade.

p pensões pagas (sem comprehender dotes) em cada exercicio, somma que differe, como é claro, das sommas d'essa procedencia pagas em cada gerencia.

Os elementos da columna p foram deduzidos das contas publicadas do fundo disponivel; e onde ellas faltaram, recorreu-se aos documentos originaes.

a pensões cessantes em cada anno.

Quando a pensão cessante n'um anno foi integralmente vencida no anno antecedente, considerou-se que caducou no segundo anno a somma dos mezes, que deixaram de pagar-se, e que caducou no anno seguinte a somma dos mezes vencidos no anno da cessação.

Quando a pensão cessou no mesmo anno em que principiou, conta-se no anno seguinte, como caducidade, a totalidade vencida no primeiro anno.

Quando finalmente a pensão começada n'um anno findou no seguinte, conta-se n'este a respectiva caducidade, se a somma vencida no segundo anno foi menor que a do primeiro; e em todos os casos, conta-se no terceiro anno como caducidade a somma vencida no segundo anno.

Quando uma pensão cessou com o pagamento d'um dote, foi este convertido, vencendo o juro composto de 7 por cento, no prolongamento conveniente da respectiva pensão.

$p' - p + a$ pensões novas em cada anno.

$\Sigma p_1(1,07)^{n-1}$ Cada numero da columna, que tem esta epigraphe, resulta da somma do numero antecedente da mesma columna, multiplicado por 1,07, mais o numero correspondente da columna p .

$\Sigma p'_1(1,07)^{n-1}$ Os numeros d'esta columna são formados analogamente, com os numeros da columna $p' - p + a$.

Elementos para o calculo da amortisação media das pensões
no montepio geral de marinha

EXERCÍCIOS	n	p	a	$p' - p + a$	$\Sigma p_1 (1,07)^{n-1}$	$\Sigma p'_1 (1,07)^{n-1}$
1842	1	73940		73940	73940	73940
1843	2	732048		658108	811164	737224
1844	3	2223335	19585	1510872	3091280	2299702
1845	4	3093000	98705	968370	6400670	3429051
1846	5	4925666	53850	1886516	11774383	5555601
1847	6	5481290	138550	694174	18079880	6638667
1848	7	6613785	255870	1388365	25959257	8491739
1849	8	8599465	308395	2294075	36375870	11380236
1850	9	10177925	160105	1738565	49100106	13915418
1851	10	11820170	506066	2148311	64357283	17037808
1852	11	12846165	440247	1466242	81708458	19696697
1853	12	15364475	321555	2839865	102792525	23915331
1854	13	17258915	169200	2063640	127246917	27653044
1855	14	18116995	374163	1232243	154271196	30821000
1856	15	19086717	650796	1620518	184456897	34598988
1857	16	19043158	802452	758893	216091038	37779810
1858	17	20619780	886459	2463081	251837191	42887478
1859	18	22799433	1169535	3349188	292265227	49238789
1860	19	22528021	1084614	813202	335251814	53498706
1861	20	21840471	1103171	415621	380559912	57659236
1862	21	22321380	1138707	1619616	429520486	63314999
1863	22	23005390	1164358	1848368	482592310	69595417
1864	23	25175140	870916	3040646	541548912	77507792
1865	24	25506236	415832	746928	604963572	83680265
1866	25	29015852	497100	4006716	676326874	93544600

OBSERVAÇÕES.—Não fornecendo os relatorios publicados a importancia das pensões liquidadas em cada exercicio, nem podendo taes verbas obter-se dos documentos originaes, sem uma investigação excessivamente laboriosa, inscrevemos na columna p a importancia das pensões que effectivamente seriam pagas em cada gerencia, suppondo que não houvesse nem rateio, nem atraso nos pagamentos.

Até 1833 esses encargos foram satisfeitos integralmente, e nas devidas épocas.

No anno 1854, em que deixaram de pagar-se dois mezes, foi a verba d'aquelle procedencia, inscripta no respectivo relatorio, augmentada na proporção de 10 : 12.

No anno 1855, em que se pagaram os dois ultimos mezes de 1854, e os dez primeiros d'aquelle anno, considerou-se como verba da mesma gerencia a verba total paga n'essa data.

Semelhantemente se procedeu nos annos seguintes, augmentando-se as verbas respectivas, quando houve rateio, na proporção conveniente, para neutralisar o seu effecto.

Por este modo, computando-se na despesa de cada anno, em vez dos ultimos mezes d'elle, os ultimos do anno antecedente, vem a diminuir-se, em geral, o valor de p , pois que a sua grandeza cresce quasi constantemente em todos os annos. D'ahi resulta que o s medio calculado será superior ao verdadeiro.

a —as verbas d'esta columna foram determinadas até ao anno 1857, semelhantemente ao que se fez no monte-pio geral; d'essa data em diante suppoz-se geralmente que as pensões cessantes terminavam todas no meio do anno, exceptuaram-se porém as que terminaram no anno do seu começo, e as que terminaram no anno seguinte a esse, para todas as quaes se empregou o processo mais rigoroso seguido até 1857.

Quanto ao mais são applicaveis a este mappa as observações feitas ao precedente.