2tv

R
11/2/1956

Neftali da Costa ~~Fonseca~~

1937

1 4 Abril, às 20 15 de Abril de 1937 à meia noite menos 5 minutos.

MEMORIA
SOBRE O CALCULO DA LATITUDE,
POR DUAS ALTURAS DE HUM MESMO ASTRO
TOMADAS FÓRA DO MERIDIANO.

POR

JOSÉ MARIA DANTAS PEREIRA.

Neftali da Costa Fonseca
Pôrto, 5 de janeiro de 1935

Ao seu antigo Mestre Dr. Madureira, Of. em 22/XII/1946

Oferecido à Biblioteca da F. de Ciências do Porto
11/1/956

MEMORIA
SOBRE O CALCULO DA LATITUDE,
POR DUAS ALTURAS DE HUM MESMO ASTRO TOMADAS FORA DO MERIDIANO.

LIDA NA SECÇAÕ PARTICULAR DE 9 DE NOVEMBRO DE 1791.

A Obfervaçaõ da altura meridiana dos Aftros, he, fem duvida, a mais exacta para a determinaçaõ da latitude: e fallando com o commum dos noffos Pilotos, que, pela maior parte, fe limitaõ ás obfervações do Sol, repito, que a obfervaçaõ da altura meridiana do Sol, he o methodo mais exacto, que elles tem para calcularem a latitude do Navio.

Succede porém muitas vezes naõ fe poder obfervar por caufa de obftaculos, que acontecem no inftante em que deve fer tomada: ifto obrigou varios Auctores a defcobrir outros methodos para fe achar a latitude no mar; e, difcorrendo de diverfos modos, affentáraõ quafi unanimamente, em tomar por dados para o feu calculo duas alturas do Sol, e o tempo percorrido entre as obfervações: difcordáraõ com tudo no methodo delle; já attendendo á exacçaõ dos refultados, já tambem á commodidade do mefmo calculo.

Os mais efcrupulofos como Mr. Bezout e outros, deraõ hum methodo independente da latitude eftimada, e fuppondo a declinaçaõ do Sol variavel no intervallo das obfervações: efte porém he fujeito a demaziado efcrupulo, e aliàs baftantemente extenfo para fe praticar no mar; por iffo naõ teve todo o effeito. (1.) Mr. Rome, com outros, fuppoem a declinaçaõ conftante no intervalo das obfervações; e debaixo defta hypotheze tira as fuas formulas, todas calculaveis

por

por Logarithmos, e na verdade as mais ſimplices, ſegundo me parece, para o ſeu caſo. (2)

O Cavalheiro de Borda, ſuppoem a declinaçaõ variavel e introduz duas hypotheſes de latitudes eſtimadas, vindo aſſim a fazer hum calculo aſſaz longo. (3, e 4)

Douwes attendendo muito á commodidade do calculo, introduzio-lhe a latitude eſtimada, e ſuppoz a declinaçaõ conſtante: deſta ſorte diminuio conſideravelmente o trabalho que davaõ as operações dos outros; e ainda o ſimplificou muito mais, compondo humas taboas proprias para o ſeu meſmo methodo. (5) Foraõ-ſe eſtas tranſmittindo a differentes nações; e apparecêraõ em Portugal, no Guide du Navigateur, onde Leveque, ſeu auctor, traz a explicaçaõ da pratica dellas. Finalmente fez-ſe raro o Guide du Navigateur, e em conſequencia diſto, ſegundo penſo, como tambem porque grande numero dos noſſos Pilotos, com aſſaz detrimento ſeu, ignora o Francez, deo-ſe á luz no anno de mil ſetecentos e oitenta e oito hum livro, que, tendo por titulo, *o Deſtro Obſervador*, foi com pouca differença huma traducçaõ da dita pequena porçaõ do Guide du Navigateur.

A demonſtraçaõ do methodo de Douwes he aſſaz ſimples, pois taõ ſómente exige alguns conhecimentos da Esfera, Trigonometria, e Equações do primeiro gráo: veſſe porem nelle hum deffeito aſſaz conſideravel na opiniaõ de todos os Aſtronomos, pois que todos o evitaõ; ainda a pezar de ſe ſervirem ás vezes de rodeios mais longos; e vem a ſer, entrarem no calculo ſenos naturaes, e dever-ſe paſſar delles para os logarithmos; naõ podendo por conſequencia ſer todo feito pelos meſmos logarithmos. Em ſegundo lugar ſaõ as taboas do Deſtro Obſervador calculadas ſó com cinco letras de dizima; a pro-

proximaçaõ nem por iſſo a mais ſufficiente para a exacçaõ dos calculos: em terceiro, as taboas ſolares do meſmo Deſtro Obſervador daõ os ſeus logarithmos de 30″ em 30″ de tempo, (6) ou de 7′ e 30″ em 7′ e 30″ de gráo, eſpaço aſſaz grande, e que obriga a fazer algumas proporções, querendo o calculo exacto quanto póde ſer: tambem as ſuas taboas logarithmicas dos numeros naturaes naõ ſaõ as mais proprias para calculos de exacçaõ e grandes; porque, além de terem, como as outras, ſó cinco letras de dizima, ſaõ muito limitadas, por quanto ſe eſtendem taõ ſómente até 10000: em fim he precizo aprender o uſo de differentes taboas para com ellas ſe poder executar ſó o calculo de Dowes. Ora tudo iſto ſeria totalmente inutil, e deſneceſſario, ſe com hum trabalho pouco differente, podeſſemos fazer o calculo das duas alturas com os meſmos livros, de que indiſpenſavelmente devem uſar os Pilotos; o que por outra parte o faria mais exacto por entrarem nelle taõ ſómente logarithmos: iſto he juſtamente o que me obrigou a diſcorrer, até me parecer têllo conſeguido no que vou expôr.

Seja HZO o Meridiano do Navio, EXV o Equador, HO o horizonte, MSS' o parallelo do Sol, P o polo elevado, Z o Zenith: pelo ponto M em que o parallelo MS' encontra o Meridiano, tire-ſe MQ perpendicular a CP, que ſerá o raio do parallelo, ou ſeno da diſtancia polar do Sol: ſejaõ SS' os pontos onde elle eſtá ao tempo das obſervações; imaginando os Almicantarats, que paſſaõ por elles, e tirando os ſeus ſemidiametros, eſtes cortaraõ MQ em $d\,e\,f$; e por conſequencia ſeraõ as rectas Sd, $S'f$ perpendiculares a MQ, e parallelas ao plano do horizonte: donde ſe ſegue, que as linhas dp, fp' tiradas por $d\,e\,f$ perpendicularmente a HO, denotaõ reſpectivamente os ſenos das alturas

 do

do Sol nos dois pontos S e S': será pois db igual á differença delles de sorte que denotando a e a' as alturas observadas, teremos $db = \text{Sen.}\ a - \text{Sen.}\ a'$

$$= \frac{2\ \text{Cof.}\ \frac{1}{2}(a+a')\ \text{Sen.}\ \frac{1}{2}(a-a')}{R}$$, suppondo

CP ou o raio da Esfera igual a R. Se por S, S', e o polo P, se fazem passar dois meridianos, estes iraõ cortar o Equador em dois pontos R, e V, correspondentes aos mesmos S e S', logo será RPV, ou RV igual ao intervallo das observações; e devidindo-o ao meio em X, RX, ou RV metade do dito intervallo a que chamaremos MI: ao arco EX, ou angulo EPX, que marca a distancia do meio X de RV ao meridiano, daremos o nome de TM: denotaremos por h o angulo horario ZPS', que represénta o tempo que o Astro deve gastar a chegar de S' ponto da observaçaõ da menor altura ao meridiano; e por Z o angulo azimuthal do astro no mesmo ponto S'. Tirando o raio CX, e a corda RV, e imaginando as rectas Ra, Xb, Vc, tiradas parallelamente a Sf até encontrarem CE; e Ri parallela á mesma CE; seraõ aquellas perpendiculares a esta e a CE: em fim tirando o seno PL da latitude PO, a que por abreviatura chamaremos L, assim como D á distancia polar DS', eu vou achar a formula do meu methodo, suppondo ambas as observações feitas no mesmo lugar; pois que com huma pequena operaçaõ, todos os outros casos se reduzem a este.

Os triangulos dbf, CPL, semelhantes por terem os lados perpendiculares, daõ $CP : CL :: df : db$, donde se conclue ser $df = \frac{CP \times db}{CL} = \ldots\ldots$

$$\frac{R \times 2\ \text{Cof.}\ \frac{1}{2}(a+a')\ \text{Sen.}\ \frac{1}{2}(a-a')}{R \times \text{Cof.}\ L} = \ldots\ldots\ldots\ldots$$

$\frac{2\ \text{Sen.}\ \frac{1}{2}(a-a')\ \text{Cof.}\ \frac{1}{2}(a+a')}{\text{Cof.}\ L}$: ora df he a differença dos cosenos dos arcos MS, MS', do parallelo MSS', e ac he a differença dos cosenos dos Arcos correspondentes do Equador, logo teremos $df : ac ::$

$QM : CE$, ou $\frac{2\ \text{Sen.}\ \frac{1}{2}(a-a')\ \text{Cof.}\ \frac{1}{2}(a+a')}{\text{Cof.}\ L} : ac ::$

$\text{Sen.}\ D : R$; esta proporçaõ dá-nos $ac = \ldots\ldots\ldots$

$\frac{2R\ \text{Sen.}\ \frac{1}{2}(a-a')\ \text{Cof.}\ \frac{1}{2}(a+a')}{\text{Cof.}\ L\ \text{Sen.}\ D}$. Por ser X o meio de RXV, os triangulos CXb, RVi tem os lados perpendiculares, por consequencia saõ semelhantes; comparando pois os lados homologos, acharemos ser Ri, ou $ac : RV$, ou $2\ \text{Sen.}\ RX :: Xb$, ou $\text{Sen.}\ EX : R$, esta proporçaõ he a mesma que

$\frac{2R\ \text{Sen.}\ \frac{1}{2}(a-a')\ \text{Cof.}\ \frac{1}{2}(a+a')}{\text{Cof.}\ L\ \text{Sen.}\ D} : 2\ \text{Sen.}\ MI ::$

$\text{Sen.}\ TM : R$, donde se tira $\text{Sen.}\ TM = \ldots\ldots$

$\frac{R^2\ \text{Sen.}\ \frac{1}{2}(a-a')\ \text{Cof.}\ \frac{1}{2}(a+a')}{\text{Cof.}\ L\ \text{Sen.}\ D\ \text{Sen.}\ MI}$: equaçaõ calculavel por logarithmos, pois que teremos $\text{Log. Sen.}\ TM = \text{Cl. Log. Sen.}\ MI + \text{Cl. Log. Cof.}\ L + \text{Cl. Log. Sen.}\ D + \text{Log. Cof.}\ \frac{1}{2}(a+a') + \text{Log. Sen.}\ \frac{1}{2}(a-a') + \text{Log.}\ R^2$, ou 20; como da somma de todos os logarithmos, que formaõ o segundo membro, se deve tirar 30,

 por

por causa dos trez complementos que nella entraõ, reduzir-se-ha á seguinte, Log. Sen. $TM = Cl.$ Log. Sen. $MI + Cl.$ Log. Cof. $L + Cl.$ Log. Sen. $D +$ Log. Cof. $\frac{1}{2}(a + a') +$ Log. Sen. $\frac{1}{2}(a - a') + 10$. Achado desta sorte TM ou EX, ajuntando-lhe XV ou MI, teremos ZPV, ou b, que denotará a hora que he abordo ao tempo da observaçaõ da menor altura. (7)

Será pois facil achar a latitude PO, ou o seu complemento PZ, que he o mesmo; porque no triangulo esferico ZPS teremos de conhecido $ZS = 90° - a'$, $PS = D$, e $ZPS = b$: saõ porém differentes os methodos que podemos praticar, eu prefiro o das formulas de Neper, por ser o mais directo, e o mais livre de certas considerações, a que estaõ sugeitos os outros algum tanto menos longos. Calcule-se pois primeiro com os dados precedentes o angulo azimuthal Z, o que se conseguirá facilmente por meio desta proporçaõ, Sen. $(90° - a')$ ou Cof. a' : Sen. D : : Sen. b : Sen. Z, donde se tira Log. Sen. $Z =$ Log. Sen. $b +$ Log. Sen. $D + Cl.$ Log. Cof. a': ficará deste modo conhecido Z, que será agudo, ou obtuzo, conforme o Astro estiver ou naõ para lá do primeiro vertical a respeito do Polo elevado, o que he facil de conhecer.

Finalmente para achar PZ, ou o complemento da Latitude, faremos esta proporçaõ Sen. $\frac{1}{2}(Z - b)$: Sen. $\frac{1}{2}(Z + b)$: : Tang. $\frac{1}{2}(D -$ Comp. $a')$: Tang. $\frac{1}{2}PZ$, que nos dá Log. Tang. $\frac{1}{2}PZ =$ Log. Sen. $\frac{1}{2}(Z + b) + Cl.$ Log. Sen. $\frac{1}{2}(Z - b) +$ Log. Tang. $\frac{1}{2}(D -$ Comp. $a')$, tomando em fim o complemento PO do duplo de $\frac{1}{2}PZ$, teremos a latitude do Navio.

Em consequencia do que tenho dito vê-se claramente que o calculo pratico do meu methodo deve

constar de trez partes principaes, que successivamente daõ o Angulo horario do Astro, o seu Azimuth verdadeiro, e a latitude do Navio, do modo seguinte.

I. Deve ajuntar-se o complemento do logarithmo do seno de metade do intervallo, reduzido em gráos e partes de gráo, com o complemento do logarithmo do seno da distancia polar do Sol, mais o logarithmo do seno da semi-differença das alturas observadas, mais o logarithmo do coseno da semi-somma das mesmas alturas. Feita esta primeira somma, tirar-se-ha della o logarithmo do coseno da latitude estimada do Navio, o resto denotará o logarithmo do seno de TM, pois que a formula precedente Log. Sen. $TM = Cl.$ Log. Sen. $MI + Cl.$ Log. Cof. $l + Cl.$ Log. Sen. $D +$ Log. Sen. $\frac{1}{2}(a - a') +$ Log. Cof. $\frac{1}{2}(a + a') - 10$, facilmente se transforma nesta Log. Sen. $TM = Cl.$ Log. Sen. $MI + Cl.$ Log. Sen. $D +$ Log. Sen. $\frac{1}{2}(a - a') +$ Log. Cof. $\frac{1}{2}(a + a') -$ Log. Cof. l; usamos desta por causa de dar maior facilidade á repetiçaõ do calculo, como veremos. Calculado desta sorte TM, teremos o angulo horario b, ajuntando MI com TM.

II. Somme-se o logarithmo do seno de b, com o do seno da distancia polar, e o complemento do logarithmo do coseno da menor altura: a somma será o logarithmo do seno do angulo azimuthal, ou do seu supplemento conforme estiver o Astro para cá, ou para lá do primeiro vertical, a respeito do Polo elevado.

III. Ajuntando, e tirando ao angulo Z calculado o primeiro b; ao logarithmo do seno da semi-somma delles, se ajunte o complemento do do seno da sua semidifferença, mais o da tangente da semi-differenferença entre a diſtancia polar e o complemento da menor altura, a ſomma ſerá o logarithmo da tangente de hum arco, cujo dobro moſtrará o complemento da latitude procurada.

Como neſte calculo ſe ſuppoem conſtante a diſtancia polar do Sol, para maior exacçaõ, quando for grande o ſeu movimento em declinaçaõ, ſe empregará nelle naõ a competente á hora da obſervaçaõ da menor altura, mas ſim outra meia proporcional arithmetica, entre as correſpondentes ás das duas obſervações. Para maior clareza exponho o ſeguinte exemplo com a ſerie do calculo.

Obſervando o Sol a 6 de Outubro do preſente anno 1791, achei, que ás 10^h 38′ 31″, e ás 11^h 37′ 3″ da manhãa, as alturas verdadeiras do ſeu centro ſobre o horizonte eraõ reſpectivamente 42° 12′ 52″, e 45° 46′ 35″, ſuppondo latitude eſtimada a noſſa verdadeira 38° 42′ 20″ fui buſcar a que dava o calculo, tendo primeiro achado as declinações para os tempos das duas obſervações, e tomado a ſua meia proporcional, que achei ſer 5° 11′ 47″ Sul. Fiz o calculo do modo que ſe vê na pagina ſeguinte, e que moſtra ao meſmo tempo, o modêllo da operaçaõ, e a ſua certeza pratica, pelo reſultado que dá: e pela combinaçaõ de outros, feita por mim, com igual ſatisfaçaõ.

Se em lugar de ſuppor eſtimada a noſſa latitude verdadeira, ſuppozeſſemos outra aſſaz differente, v. g. 38° 20′ 00″ achariamos ſer a latitude calculada 38° 42′ 32″, o que nos faz ver quaõ pouco influe neſte calculo o erro que ſe póde ter commettido na latitude eſtimada: ſerá porém precizo no mar, que, quando a latitude eſtimada differir muito da calculada, ſe torne a repetir o calculo, ſuppondo eſtimada a latitude achada no reſultado do primeiro; o que ſerá facil, pois, v. g. para achar

TM

Angulo horario	Horas das obſervaç.	10^h 38′ 31″		
		11 37 3		
	Sua differença	0 58 32		
	Semi-dif, tempo	0 29 16		
	ou *MI* em gráos	7 19 0	C.L. Log. ſeu ſeno	0.8949904
	Diſtancia polar do Sol	95 11 47	C.L. Log. ſeu ſeno	0.0017886
	Alt. obſerv. maior	45 46 35		
	menor	42 12 52		
	Differença dellas	3 33 43		
	Semi-differença	1 46 51	Log. ſeu ſeno	8.4924307
	Semi-ſomma (8)	43 59 43	Log. ſeu coſeno	9.8569687
			(9) I. Somma	19.2461784
Calculo d'	Latit. eſtimada Norte	38 42 20	Log. ſeu coſeno	9.8923004
	Dif., ou Log. Sen. *TM*	13 3 17		9.3538780
	MI	7 19 0		
	Somma, ou Angulo *h*	20 22 17	Log. ſeu ſeno	9.5417090
Azimuth.			Log. Sen. Diſt. pol.	9.9982114
			C. Log. Coſ. men. alt.	0.1303956
	Som., ou Log. Sen. de	37 54 34		9.6703160
	Seu Suppl., ou Ang. *Z*	132 5 26		
Latitude.	Angulo *h*	20 22 17		
	Diff. deſtes dous ang.	111 43 9		
	Semi-differença	55 51 34	C.L. Log. ſeu ſeno	0.0397437
	Semi-ſomma	86 13 51	Log. ſeu ſeno	9.9990596
	Diſtancia polar	95 11 47		
	Compl. da men. alt.	47 47 8		
	Differença	47 24 39		
	Semi-differença	23 42 19	Log. ſua tang.	9.6425339
	Som. ou log. tang. de	25 38 49		9.6813372
	Seu dobro	51 17 38	Seu Comp., ou lat.	38° 42′ 22″

TM baſta tirar do logarithmo a que dei o nome de primeira ſomma, o do coſeno da nova latitude, e no reſto da operaçaõ teremos tambem logarithmos communs; operando da maneira dita neſte noſſo exemplo, acharêmos de latitude verdadeira 38° 42′ 22″. Agora que as duas latitudes a ſuppoſta e a calculada differem ſó 10″, tomar-ſe-ha eſta por verdadeira.

He precizo advertir que a latitude calculada he a competente do Navio á hora da obſervaçaõ da menor altura.

Reduzindo em tempo o angulo b dado pelo ſobredito calculo, e combinando-o com a hora do relogio ao tempo da obſervaçaõ da menor altura, ſe conhecerá ſufficientemente o atrazamento, ou adiantamento do meſmo relogio.

No mar faz-ſe eſte calculo, de ordinario, andando á vela, e entaõ deve marcar-ſe o Sol ao tempo da obſervaçaõ da primeira altura, a fim de reduzir depois a ſegunda á que no meſmo inſtante ſeria no lugar da primeira; ora eſte methodo que proponho dá tambem o angulo azimuthal Z; logo combinando-o com o que a agulha deo na marcaçaõ terêmos a variaçaõ della; e por conſequencia poderêmos conhecer perfeitamente pela meſma marcaçaõ ſe o aſtro tem ou naõ paſſado o primeiro vertical, que he quanto, nos he precizo advertir no noſſo calculo, e a reſpeito do angulo Z como já diſſemos.

Talvez ſe marque o Sol ao tempo da obſervaçaõ da maior altura por eſta ſer a primeira que ſe tome; entaõ, o meſmo calculo que ſe faz no triangulo ZPS', ſe praticará reſolvendo ſemelhantemente o triangulo ZPS; advertindo porém o uſar da maior altura em lugar da menor, e tomar por b, naõ a ſomma, mas ſim a differença de TM a MI.

Quando ſe repetir o calculo, entaõ os ſegundos angulos b e z, dados por elle, ſeraõ os que denotáraõ

a hora e azimuth verdadeiros para o tempo da primeira obſervaçaõ.

Póde-ſe pois dizer, que, pelo meu methodo, ſe acha ao meſmo tempo, a hora que he abordo e o erro do relogio, a variaçaõ da agulha, e a latitude em que ſe eſtá; elementos os mais precizos para o calculo da derrota, e que por conſequencia ſe devem determinar apenas he poſſivel, eſpecialmente depois de dias em que ſe naõ tem podido obſervar, ou quando o tempo eſtá nublado, &c.

Finalmente vê-ſe que, com o pequêno trabalho de achar treze logarithmos, ſe conſegue, fazer-ſe o calculo todo por elles, directamente independente de novos livros, com mais exacçaõ, e achando mais do que pelo methodo de Douwes a variaçaõ da agulha.

Naõ continuo a analizar eſte methodo, aſſim por naõ ſer o fim da minha Memoria mais do que indicallo moſtrando a ſua certeza e utilidade, e ao meſmo tempo a facilidade da ſua execuçaõ, como tambem por naõ fazer mais longo o meu diſcurſo: concluo pois com dizer que, na reſoluçaõ do triangulo ZPS', naõ deixaraõ de me occorrer outros methodos apparentemente mais faceis, por naõ requererem ſemi-ſommas ou ſemi-differenças de arcos; mas na realidade mais difficultoſos na pratica, ou para melhor dizer, mais complicados, pelas differentes circunſtancias, que nelles deviaõ conſiderar-ſe relativamente á poſiçaõ do Aſtro e do Obſervador, e que aliàs naõ davaõ como eſte a variaçaõ da agulha, pelo que me pareceo devia preferillo aos mais. (10)

ADDICÇÕES E NOTAS
Á
MEMORIA PRECEDENTE.

1. Vejaõ-se os numeros 234 e seguintes, do tratado sobre a Navegaçaõ feito por M. Bezout, ou a Navegaçaõ de Dulague pag. 148 e 149: o primeiro destes auctores explica o seu methodo, muito claramente, e ao mesmo tempo, que da idéa de outros do mesmo genero, analyza as incertezas proprias de semelhantes observações; as quaes devem, por esta causa, ser praticadas unicamente, quando a isso nos obrigue a precizaõ de ter algumas sobre a latitude, e naõ possaõ tomar-se as alturas meridianas: a mesma advertencia se acha na reimpressaõ correcta da Navegaçaõ, feita pelo sabio M. Bouguer, e reduzida pelo grande M. de la Caille.

2. O methodo dado por M. Rome em a sua Art. de la Marine, pag. 540 e 541, e por M. Cagnoli em a sua Trigonometria, pag. 447, segue todos os passos do precedente, differindo sómente nas simplificações procedidas, de supporem a declinaçaõ constante no intervallo das observações; o qual, por consequencia, deve ser assaz curto, quando a declinaçaõ varia consideravelmente. O P. Pezenas na obra, que tem por titulo *Astronomie des Marins*, discorre quasi da mesma sorte, como póde ver-se em a pag. 153 da dita obra.

3. O grande M. de Bordá, a quem a Marinha he taõ devedora, quer mais, além do que deixo apontado na minha memoria, que o intervallo das observações seja consideravel, a fim de diminuir a influencia do erro do relogio, e com maior probabilidade de exacçaõ, calcular a hora por meio da

da observaçaõ mais proxima ao primeiro vertical, e a latitude por meio da mais vizinha ao meridiano: pois que, junto ao mencionado vertical, os erros da latitude pouco influem no angulo horario, e as variações deste pequenas consequencias devem produzir na latitude, quando o Astro se observa ao pé do meridiano. Este methodo, producto das combinações de Ms. de Bordá, la Crênne, e Pingré, e já provado pelos seus mesmos auctores abordo da Fragata Flora, he do modo que vamos expôr, suppondo as observações feitas de huma mesma parte do Meridiano: se assim naõ acontecer, facilmente se conhêcerá qual mudança deve ter em consequencia.

Fazem-se duas hypothezes de latitudes, das quaes, huma seja a estimada, e a outra 10' maior (*) com estas duas latitudes, a declinaçaõ do Sol para a hora da observaçaõ mais distante do meridiano, e a altura dada pela mesma observaçaõ calculaõ-se dois angulos horarios, de cada hum dos quaes se deminue o intervallo reduzido a gráos, e corregido da differença andada em longitude: desta maneira vimos a ter os angulos horarios correspondentes ás maiores alturas; por tanto iremos com elles, com estas alturas, e com a declinaçaõ calculada para o mesmo instante, determinar duas latitudes calculadas, e, por huma falsa posiçaõ dupla, concluir a verdadeira.

A marcha luminosa do methodo he bem vizivel: do erro na estima do caminho intermedio, apenas recebe a parte pertencente á mudança em longitude; naõ tem, como outros, reducções de alturas ao mesmo lugar: nenhuma repetiçaõ carece, por em-

(*) O nosso parecer seria suppôr a segunda latitude 10' maior ou menor do que a primeira conforme se julgasse esta errada por falta, ou por excesso: mas he de advertir que depois a falsa posiçaõ remedeia de todo esta consequencia de huma attençaõ menor á qualidade do erro da derrota.

pregar no calculo da verdadeira latitude o meio facil, e, em geral, sufficientemente exacto, da falsa posiçaõ dupla: em fim, tanto pelo bom conceito que nos merece, como para se poder praticamente comparar com o de Douwes, e conhecer assim, se a differensa do calculo he merecida pela da certeza no resultado, desejamos vêllo empregado pelos nossos Pilotos, e por isso lhe aconselhamos leiaõ a pequena obra, que tem por titulo, *Description et usage du circulaire*, onde, além desta, haõ de encontrar mais coisas uteis: e como o Auctor na resoluçaõ do problema proposto, naõ demonstra a sua maneira de interpolar, e deixa certas idéas hum pouco indestinctas, trataremos de as fixar, e demonstrar aqui, para assim franquearmos mais este passo aos curiosos que o lerem.

Supponha-se pois l a latitude estimada, tal qual a der a barquinha, $l+10'$ a segunda; e x a verdadeira: seja r o resultado do calculo na primeira hypotheze; r' na segunda; e x, como deve ser, na verdadeira: reputando as differensas das hypothezes proporcionaes ás dos resultados, teremos

$$(l+10')-l : x-(l+10') :: r'-r : x-r',$$

donde resulta $x=\frac{(r-r')\,l+10r}{r-r'+10}$, formula que facilmente dá o valor de x: mas para seguir o methodo mencionado, supporemos

$$x-(l+10)=y, \text{ ou } x=y+l+10;$$

e substituindo teremos $y=\frac{10(r'-(l+10))}{r-(r'-10)}$, e logo

$x=l+10+\frac{10(r'-(l+10))}{r-(r'-10)}$: desta expressaõ se deduz com facilidade a mesma regra dada pelo Cavalhei-

lhei-

lheiro de Bordá, e se conclue, que a quantidade y, deve sempre sommar-se com a segunda latitude estima da $l+10'$.

Se, em lugar de suppôr $y=x-(l+10)$, fizessemos $y=x-l$, teriamos $y=\frac{10(l-r)}{r'-(r+10)}$, e

$x=l+\frac{10(l-r)}{r'-(r+10)}$; formula mais simples do que a precedente, e que por isso talvez merece substituilla.

4. O Celebre M. de la Lande, na pag. 703. do 3° Tomo da sua Astronomia, expoem o seguinte modo de calcular a latitude, o qual communicamos por nos parecer digno de attençaõ. Com a declinaçaõ correspondente á primeira observaçaõ, a altura dada por ella, e a latitude estimada até aquelle instante, faz calcular o angulo horario do Astro, e o mesmo repete com os dados da segunda observaçaõ: feitos os dois calculos, ou a differensa dos angulos calculados he igual ao intervallo observado, depois de se lhe applicar a correcçaõ do caminho andado em longittude, e entaõ póde-se reputar certa a latitude estimada; ou desigual, e entaõ, pela applicaçaõ das formulas fluxionaes, se deverá calcular o erro da latitude, correspondente á differensa dada pelos dois intervallos: este methodo assaz elegante, e ainda mais exacto, quando se serve do calculo dos incrementos, muito bem applicado a casos semelhantes por M. Cagnoli em a sua Trigonometria, se acha inteira, e excellentemente discutido por D. Dionysio Alcalá Galiano, Capitaõ de Navio na Real Marinha de S. Magestade Catholica, em huma memoria impressa em Madrid; da qual a Academia Real das Sciencias recebeu ha pouco hum exemplar, offerecido pelo seu mesmo auctor: a ella pois envia-

enviamos os que pertenderem conhecêr melhor, ou praticar o dito methodo.

V. Este methodo inventado por M. Douwes, e publicado por elle mesmo entre as Memorias da Sociedade de Harlem em 1754; simplificado pelo mesmo auctor em 1760; publicado em Inglaterra por M. Harrison em 1759; demonstrado, e lido á Sociedade Real de Londres pelo Doutor Pemberton em 20 de Novembro de 1760; impresso entre os Transacções filosoficas da mesma sociedade em 1761; simplificado por M. Edward em 1769; discutido, e ampliado pelo grande Astronomo M. Maskelyne no seu *Brit's mariner's guide*, e no *Nautical Almanach* de 1771 e 1781; dado á luz em França por M. Leveque no seu Guide du Navigateur em 1779; aconcelhado, e demonstrado por M. de la Lande, na sua grande Astronomia; communicado aos Hespanhoes por D. José de Mendoza de los Rios, em o segundo Tomo da sua Navegaçaõ, e pelo referido D. Dionysio d'Alcalá Galiano nas suas differentes memorias; reduzido ultimamente a maior simplicidade pelo Doutor Joaõ Brinkley, Professor de Astronomia na Universidade de Dublin; naõ fallando em outras auctoridades menos celebres, este methodo, digo, he o mesmo cuja demonstraçaõ, naõ impressa ainda em Portuguez, pouco se conhece entre nós, apezar de se ter divulgado o uso delle: tanto por obviar a esta falta, como por lhe dar huma demonstraçaõ absolutamente synthetica, a meu ver, mais luminosa do que quantas tenho encontrado, e tambem por mostrar a facil substituiçaõ dos logarithmos no seu calculo, faço agora publico o mesmo, que sobre elle compuz no quinto anno dos meus assaz interrompidos estudos mathematicos, e appresentei á Real Academia das Sciencias no dia 9 de Novembro de 1791, em huma memo-

moria que mereceo a approvaçaõ da Academia, e he a mesma, que faço imprimir, annexando-lhe as presentes notas, para lhe servirem de ampliaçaõ: por tanto esperamos, que ella obtenha o benigno acolhimento do publico, cuja utilidade he o seu objecto: nós somos obrigados a alterar hum pouco o methodo de Douwes por causa da fórma logarithmica, que lhe introduzimos, e da consequente omissaõ das linhas trigonometricas naturaes.

6. Nesta parte he o Destro observador muito inferior ao Guide, onde os ditos logarithmos vem de 10″ em 10″, e com as differenças ao lado, para mais commodamente se avaliarem, ou calcularem as partes proporcionaes.

7. O methodo de Douwes, tal qual he, póde ser bem claramente demonstrado sobre a nossa figura, imaginando tirada por M huma recta parallela a dp, e supponda representada por d' a differença destas duas rectas, pois terêmos

1.° $db = \text{Sen. } a - \text{Sen. } a'$

2.° $df = \dfrac{\text{Sen. } a - \text{Sen. } a'}{\text{Cos. } l}$

3.° $ac = \dfrac{\text{Sen. } a - \text{Sen. } a'}{\text{Cos. } l \times \text{Sen. } D}$

4.° $\text{Sen. } TM = \dfrac{\text{Sen. } a - \text{Sen. } a'}{2 \text{ Sen. } MI \times \text{Cos. } l \times \text{Sen. } D}$

5.° $EPR = ER =$ á distancia do meio dia á observaçaõ de maior altura, a quem chamarêmos tambem DM, por imitaçaõ aos mais, $= \pm (TM - MI)$, conforme as observações cahem para hum mesmo, ou para differentes lados do Meridiano.

6.° $Ea = \text{Sen. v. } DM$

7.°

7.° $Md = \text{Sen. v. } DM \times \text{Sen. } D$

8.° $d' = \text{Sen. v. } DM \times \text{Sen. } D \times \text{Cof. } l$

9.° Seno da altura meridiana $= d' \times \text{Sen. } a$

10.° Latitude = Altura meridiana $\backsim$ Diſtancia do Aſtro ao Polo para onde o obſervador deveria olhar, ſe houveſſe de tomar a dita Altura.

Nas primeiras nove formulas, ſe reconhece exacta, e immediatamente a ſerie toda do calculo de Douwes; tendo o cuidado de advertir, que D repreſenta a diſtancia Polar do Sol; e que baſta calcular as 4ª, 5ª, 8ª, 9ª.

8. Eſta ſemi-ſomma acha-ſe, ſommando a menor altura com a ſemidifferenſa, caminho mais breve do que o ordinario.

9. He de notar a perfeita ſemelhança, que fui encontrar entre eſta primeira parte do meu calculo, e a do Doutor Pemberton; até na preparaçaõ deſte logarithmo, que chamo 1.ª ſomma, e Pemberton denomina ſomma: unicamente differimos em elle uſar da declinaçaõ, e eu da diſtancia polar á maneira de M. de Borda, por julgar eſta de uſo mais facil de que a primeira, e no modo de achar a ſemiſomma apontado em a precedente nota: de todos os modos porque tenho viſto tratado o calculo de Dowes, onde ſe empregaõ, já os logarithmos das linhas trigonometricas, já as meſmas linhas, o de M. Pemberton he, na verdade, o que mais me ſatisfaz; pois, ſem ſer longo, introduz taõ ſómente, no fim de tudo, o ſeno da maior altura; por iſſo me intereſſo em o publicar, como vou fazer, na ſeguinte noticia da ſerie delle.

Depois de achar a equaçaõ

$$\text{Sen. } TM = \frac{\text{Sen. } \frac{1}{2}(a - a')\,\text{Cof. } \frac{1}{2}(a + a')}{\text{Cof. } l \times \text{Cof. } D \times \text{Sen. } MI},$$

onde

onde D repreſenta a declinaçaõ, continua calculando

$$1.° \ \frac{Ea}{2} = \frac{\text{Sen. v. } DM}{2} = \text{Sen.}^2 \tfrac{1}{2} DM$$

$$2.° \ \frac{Md}{2} = \text{Sen.}^2 \tfrac{1}{2} DM \times \text{Cof. } D$$

$$3.° \ \frac{d'}{2} = \text{Sen.}^2 \tfrac{1}{2} DM \times \text{Cof. } D \times \text{Cof. } l$$

4.° Seno da Altura meridiana $= \text{Sen. } a + 2d'$

equações, das quaes devem calcular-ſe unicamente a 3.ª e 4.ª; e que involvem na 3.ª duas quantidades, por cujo meio ſe calcula tambem Sen. TM.

10 D. Joſé de Mendoſa de los Rios, Correſpondente da Real Academia das Sciencias, no conhecimento dos tempos de 1793, deo huma analyſe do methodo de Douwes; por iſſo pois continuaremos, dando outra neſtas Ephemerides; tanto mais utilmente, quanto della meſmo tiraremos, o conhecimento das circunſtancias mais favoraveis a eſtas obſervações, e a demonſtraçaõ, e uſo das Taboadas de M. Brinkley, publicadas em Londres no anno de 1794; nas quaes ſe encontra a utilidade de fazerem menor a repetiçaõ do calculo de Douwes, neceſſaria quando a latitude calculada differe conſideravelmente da eſtimada.

I. Conſervando as denominações da minha memoria, ſupponha-ſe mais, A a altura meridiana, l' a latitude calculada, l'' a verdadeira, $l' \backsim l' = dl'$, e $l'' \backsim l = dl$, teremos $dl' = \mp dA$, conforme $D + l >$, ou $< 90°$, logo $dl' = \frac{\mp d\,\text{Sen. } A}{\text{Cof. } A}$, e como Sen. a he conſtante, ſerá tambem

$$d\,l' = \frac{\mp d(\text{Sen.}\,A - \text{Sen.}\,a)}{\text{Cos.}\,A} = \frac{\mp d\,d'}{\text{Cos.}\,A}$$

mas he

$$d' = \text{Sen. v.}\,DM \times \text{Sen.}\,D \times \text{Cos.}\,l$$

logo

$$d\,l' = \frac{\mp d\,(\text{Sen. v.}\,DM \times \text{Sen.}\,D \times \text{Cos.}\,l)}{\text{Cos.}\,A},$$

e por ser D constante

$$d\,l' = \frac{\mp \text{Sen.}\,D}{\text{Cos.}\,A}(\text{Cos.}\,l \times d\,\text{Sen.v.}\,DM + \text{Sen.v.}\,DM \times d\,\text{Cos.}\,l)$$

ora $A = 180 - (D + l)$, ou $= D + l$, conforme $D + l >$, ou $< 90°$, logo será nas mesmas hypotheses

$$\text{Cos.}\,A = \mp \text{Cos.}\,(D + l),$$

e

$$d\,l' = \frac{\text{Sen.}\,D\,(\text{Cos.}\,l \times d\,\text{Sen.v.}\,DM + \text{Sen. v.}\,DM \times d\,\text{Cos.}\,l)}{\text{Cos.}\,(D + l)}$$

Nós temos $DM = \pm(TM - MI)$, conforme as observações saõ, ou naõ saõ, interceptadas pelo meridiano; MI he constante; logo

$$d\,DM = \pm d\,TM = \frac{\pm d\,\text{Sen.}\,TM}{\text{Sen.}\,TM} \times \text{Tg.}\,TM$$

introduzindo por $\text{Sen.}\,TM$ o seu valor achado, teremos

$$d\,DM = \frac{\mp d\,\text{Cos.}\,l}{\text{Cos.}\,l} \times \text{Tg.}\,TM$$

isto he

$$d\,DM = \pm d\,l \times \text{Tg.}\,TM \times \text{Tg.}\,l;$$

ora

Sen.

$$\text{Sen. v.}\,DM = 1 - \text{Cos.}\,DM,$$

logo

$d\,\text{Sen. v.}\,DM = -d\,\text{Cos.}\,DM = \text{Sen.}\,DM \times d\,DM$ $= \pm \text{Sen.}\,DM \times \text{Tg.}\,l \times \text{Tg.}\,TM \times d\,l$: substituindo o valor de $d\,\text{Sen. v.}\,DM$ no de $d\,l'$, fazendo as mais operações indicadas nelle, e reduzindo, teremos

$$\frac{d\,l'}{d\,l} = \frac{\text{Sen.}\,D \times \text{Sen}\,l\,(\text{Sen.}\,DM \times \text{Tg.}\,TM - \text{Sen v.}\,DM)}{\text{Cos.}\,(D + l)}$$

ora $\pm \text{Sen.}\,DM \times \text{Tg.}\,TM - \text{Sen. v.}\,DM$

e $\dfrac{\pm \text{Sen.}\,DM \times \text{Sen.}\,TM}{\text{Cos.}\,TM} - 1 + \text{Cos.}\,DM,$

e $\dfrac{\pm \text{Sen.}\,DM \times \text{Sen.}\,TM + \text{Cos.}\,DM \times \text{Cos.}\,TM}{\text{Cos.}\,TM} - 1,$

e $\dfrac{\text{Cos.}\,MI}{\text{Cos.}\,TM} - 1,$

saõ expressões identicas, logo

$$d\,l' = d\,l \times \frac{\text{Sen.}\,D \times \text{Sen.}\,l}{\text{Cos.}\,(D + l)}\left(\frac{\text{Cos.}\,MI}{\text{Cos.}\,TM} - 1\right)$$

$$= d\,l \times \frac{\text{Sen.}\,D \times \text{Sen.}\,l}{\text{Cos.}\,D \times \text{Cos.}\,l - \text{Sen.}\,D\,\text{Sen.}\,l}\left(\frac{\text{Cos.}\,MI}{\text{Cos.}\,TM} - 1\right),$$

donde resulta $d\,l' = d\,l\left(\dfrac{\dfrac{\text{Cos.}\,MI}{\text{Cos.}\,TM} - 1}{\text{Cot.}\,D \times \text{Cot.}\,l - 1}\right)$, e

Cos.

$$\frac{dl'}{dl} = \frac{\frac{\text{Cos.}\,MI}{\text{Cos.}\,TM} - 1}{\text{Cot.}\,D \times \text{Cot.}\,l - 1}.$$

II. Conhecida a ultima formula, note-se que, suppondo exactos os elementos do calculo menos a latitude estimada, tanto mais rapidamente seremos conduzidos ao conhecimento da verdadeira, quanto menor for dl' a respeito de dl; pois que assim iraõ as correcções successiva, e rapidamente a menos: ora para ser $dl' < dl$, he preciso que

$\frac{\text{Cos.}\,MI}{\text{Cos.}\,TM} - 1 < \text{Cot.}\,D \times \text{Cot.}\,l - 1$; isto he, precisa-se que $\frac{\text{Cos.}\,MI}{\text{Cos.}\,TM} < \frac{\text{Cot.}\,D}{\text{Tg.}\,l}$: logo, com toda a facilidade se póde conhecer, quando as circunstancias saõ favoraveis, ou contrarias á observaçaõ; pois he clarissimo dever naquellas ser $\frac{\text{Cos.}\,MI}{\text{Cos.}\,TM} < \frac{\text{Cot.}\,D}{\text{Tg.}\,l}$, e nestas será $\frac{\text{Cos.}\,MI}{\text{Cos.}\,TM} > \frac{\text{Cot.}\,D}{\text{Tg.}\,l}$: e como a maior vantagem consiste em ser $\frac{\text{Cos.}\,MI}{\text{Cos.}\,TM}$ hum *minimum*, a respeito de $\frac{\text{Cot.}\,D}{\text{Tg.}\,l}$; dado D e l, regularemos sempre MI e TM de maneira, que $\frac{\text{Cos.}\,MI}{\text{Cos.}\,TM}$ se aproxime quanto ser possa ao *minimum* necessario, e aliàs facil de calcular por meio do bem conhecido methodo dos *maximos* e *minimos*, sem com tu-

tudo prejudicar as mais reflexões, que vamos expôr: por tanto, no que formos dizendo, supporemos as observações feitas de maneira, que haja sempre $\frac{\text{Cos.}\,MI}{\text{Cos.}\,TM} < \frac{\text{Cot.}\,D}{\text{Tg.}\,l}$, o que dá $dl' < dl$.

III. Quando as observações cahem para huma mesma parte do meridiano, he $MI < TM$, e por consequencia

$\text{Cos.}\,MI > \text{Cos.}\,TM$, $\frac{\text{Cos.}\,MI}{\text{Cos.}\,TM} > 1$, e $\frac{\text{Cos.}\,MI}{\text{Cos.}\,TM} - 1$ quantidade positiva: logo se ao mesmo tempo acontece ser $D < 90° - l$, teremos $\text{Cot.}\,D$ positiva, e $> \text{Tg.}\,l$, e consequentemente $\text{Cot.}\,D \times \text{Cot.}\,l > 1$, e $\text{Cot.}\,D \times \text{Cot.}\,l - 1$ positivo: logo dl' terá o mesmo signal de dl: donde resulta que, conforme for $l' >$ ou $< l$, assim $l'' >$ ou $< l'$: daqui deduz-se a seguinte regra geral.

(A) Effectuadas as observações de huma mesma parte do meridiano, se a distancia polar do Sol he menor que a do Zenith, a latitude verdadeira deve ser ou maior, ou menor do que cada huma das outras duas.

Mas se D, sendo $< 90°$, fosse $> 90 - l$, teriamos $\text{Cot.}\,D$ positiva e $< \text{Tg.}\,l$, e logo $\frac{\text{Cot.}\,D}{\text{Tg.}\,l} < 1$, $\frac{\text{Cot.}\,D}{\text{Tg.}\,l} - 1$ negativo, e dl' com signal differente de dl, mas he tambem $dl' < dl$, logo l'' cahe entre l' e l: ora o mesmo aconteceria, sendo $D > 90°$, pois entaõ $\text{Cot.}\,D$ he negativa, e por e por isso tambem negativa a expressaõ

$$\text{Cot.}\, D \times \text{Cot.}\, l - 1,$$

logo podemos destas duas reflexões extrahir outra regra geral.

(B) Na mesma hypothese de serem as observações feitas para hum mesmo lado do meridiano, se a distancia polar do Sol he maior do que a do Zenith, a latitude verdadeira deve cahir entre a estimada, e a calculada.

Se agora passamos a suppôr que as observações cahem para differentes partes do meridiano, entaõ

$$MI > TM;\ \text{Cos.}\, MI < \text{Cos.}\, TM;\ \text{e}\ \frac{\text{Cos.}\, MI}{\text{Cos.}\, TM} - 1$$

quantidade negativa; muda pois este factor de signal, e por consequencia devem as regras A, e B soffrer huma total inversaõ: logo

(C) Quando as observações saõ cortadas pelo meridiano, acontecerá o contrario do que fica dito nas regras precedentes.

IV. Como para dl ser hum *minimum* a respeito de dl, he preciso que $\frac{\text{Cos.}\, MI}{\text{Cos.}\, TM} - 1$ seja hum *minimum* a respeito de $\text{Cot.}\, D \times \text{Cot.}\, l - 1$, ou que $(\text{Cot.}\, D \times \text{Cot.}\, l - 1) - \left(\frac{\text{Cos.}\, MI}{\text{Cos.}\, TM} - 1\right)$, seja hum *maximum*, por ser $\frac{\text{Cos.}\, MI}{\text{Cos.}\, TM} - 1$ hum *minimum*, e $\text{Cot.}\, D \times \text{Cot.}\, l - 1$ hum *maximum*, notemos que

pa-

para $\frac{\text{Cos.}\, MI}{\text{Cos.}\, TM} - 1$ ser hum *minimum*, visto nunca MI, ou TM excederem a $90°$, devemos ter $MI = TM$; e logo existe a maior vantagem quando huma das observações se faz no meridiano: ora a naõ ser assim, ou as observações cahem para hum mesmo, ou para differentes lados do dito meridiano; no primeiro caso temos $MI < TM$, e logo convem augmentar MI, e diminuir TM, quanto ser possa: no segundo he $MI > TM$, e logo he entaõ conveniente deminuir MI, e augmentar TM.

V. $\text{Cot.}\, D \times \text{Cot.}\, l - 1$ deve ser hum *maximum*, quando

1.° Sendo $D < 90$, e $\text{Cot.}\, D \times \text{Cot.}\, l > 1$, he $\text{Cot.}\, D \times \text{Cot.}\, l$ hum *maximum*, o que tem lugar quando D *minimum*, e l *minimum*.

2.° Sendo $D < 90$, e $\text{Cot.}\, D \times \text{Cot.}\, l < 1$, he $\text{Cot.}\, D \times \text{Cot.}\, l$ hum *minimum*, quero dizer, quando D *maximum*, e l *maximum*.

3.° Sendo $D > 90$, he $\text{Cot.}\, D \times \text{Cot.}\, l$ *maximum*, ou D *maximum*, e l *minimum*.

O primeiro, e terceiro numeros comprehendem tambem a vantagem de ser entaõ menor o movimento do Sol em declinaçaõ, e dever consequentemente resultar menor defeito de a ter supposto constante.

VI. Parte das precedentes formulas, e seus corollarios, se acha exposta pelo referido M. Brinkley;

po-

porém a nossa analyse he mais extensa, e exacta; e as nossas ultimas formulas saõ mais simplices do que as suas, como se póde ver comparando: desta maior simplicidade resulta a reducçaõ das tres taboas do dito author ás duas, que logo se veraõ, e ao mesmo tempo mais uniformidade no calculo das correcções, o que se deixará ver nos exemplos que devem seguir as mesmas taboas: por agora finalisaremos este artigo fazendo notar, que na serie da demonstraçaõ do dito author, tacitamente se suppõem

$$\text{Cos.}\,(l' + D) = \text{Cos.}\,(l + D),$$

pois se faz $A = 180° - (l + D)$, ou $= l + D$, sendo $A = 180° - (l' + D)$, ou $= l' + D$; por esta razaõ naõ he absolutamente exacta; mas como, nas differentes correcções successivas, vamos avizinhando-nos cada vez mais á latitude verdadeira, supposto estimada a ultima das calculadas, $l' - l$ he quantidade sem limite em deminuiçaõ, o que constitue admissivel a hypothese mencionada.

VII. Poderiamos achar tambem a formula do n.° I. por meio das tres equações,

$$(D)\ \text{Sen.}\,TM = \frac{\text{Sen.}\,a - \text{Sen.}\,a'}{2\,\text{Sen.}\,MI \times \text{Cos.}\,l \times \text{Sen.}\,D}$$

$$(E)\ DM = TM - MI,$$

$$(F)\ \text{Sen.}\,A = \text{Sen.}\,(l' + D)$$
$$= \text{Sen.}\,a + \text{Cos.}\,l \times \text{Sen.}\,D\,(1 - \text{Cos.}\,DM).$$

Da equaçaõ D tira-se $d\,TM = dl \times \text{Tg.}\,l \times \text{Tg.}\,TM$,

E dá $d\,DM = d\,TM$,

F, depois de praticadas as differentes operações precisas, mostra ser

dl'

$$\frac{dl'}{dl} = \frac{\text{Sen.}\,l \times \text{Sen.}\,D}{\text{Cos.}\,(l' + D)}\left(\frac{\text{Cos.}\,MI}{\text{Cos.}\,TM} - 1\right)$$

e supposto $l' = l$, teremos

$$\frac{dl'}{dl} = \frac{\frac{\text{Cos.}\,MI}{\text{Cos.}\,TM} - 1}{\text{Cot.}\,D \times \text{Cot.}\,l - 1}.$$

Q. H. O. Q. S. Q. F. e D.

VIII. Vejamos agora o resultado das formulas empregadas em o nosso methodo, as quaes saõ,

$$(G)\ \text{Sen.}\,TM = \frac{\text{Sen.}\,\tfrac{1}{2}(a - a') \times \text{Cos.}\,\tfrac{1}{2}(a + a')}{\text{Sen.}\,MI \times \text{Cos.}\,l \times \text{Sen.}\,D}$$

$$(H)\ h = TM + MI$$

$$(I)\ \text{Sen.}\,Z \times \text{Cos.}\,a' = \text{Sen.}\,D \times \text{Sen.}\,h$$

$$(K)\ \text{Tg.}\left(45° - \frac{l'}{2}\right) = \text{Tg.}\left(\frac{D - c\,l.\,a'}{2}\right)\frac{\text{Sen.}\left(\frac{Z+h}{2}\right)}{\text{Sen.}\left(\frac{Z-h}{2}\right)}$$

resulta de (G), $d\,TM = dl \times \text{Tg.}\,l \times \text{Tg.}\,TM$

e de (H), $dh = d\,TM$,

donde se segue que o erro no angulo horario he o mesmo, e no mesmo sentido, em cada hum dos dous methodos.

A equaçaõ (I) dá,

$$dZ \times \text{Cos.}\,Z \times \text{Cos.}\,a' = dh \times \text{Cos.}\,h \times \text{Sen.}\,D,$$

logo

$$dZ \times \text{Cot.}\,Z = dh \times \text{Cot.}\,h.$$

Ultimamente temos em (K), depois de reduzir, e mudar os signaes,

U dl'

$$dl' = \frac{db \times \text{Sen.}\, Z \times \text{Cos.}\, l'}{\text{Cos.}\, b - \text{Cos.}\, Z}\left(\frac{\text{Cos.}\, b}{\text{Cos.}\, Z} - 1\right)$$

$$= \text{Cos.}\, l' \times \text{Tg.}\, Z \times db$$

$$= dl \times \text{Sen.}\, l \times \text{Tg.}\, Z \times \text{Tg.}\, TM$$

Segue-ſe pois que, para dl' ſer o menor poſſivel, deve $\text{Sen.}\, l \times \text{Tg.}\, Z \times \text{Tg.}\, TM$ ſer hum *minimum*, o que tem effeito quando l, e TM ſaõ cifra, ou os menores poſſiveis, concluſaõ igual a parte das precedentes; e quando Z he tambem o menor poſſivel: donde reſulta dever acreditar-ſe mais eſte calculo, quando na ſegunda parte delle ſe emprega a maior altura, ſegundo o coſtume.

Para transformar em outro o coefficiente de dl note-ſe que

$$\text{Tg.}\, Z = \frac{\text{Sen.}\, Z}{\text{Cos.}\, Z} = \frac{\dfrac{\text{Sen.}\, D \times \text{Sen.}\, b}{\text{Cos.}\, a'}}{\dfrac{\text{Cos.}\, D - \text{Sen.}\, a' \times \text{Sen.}\, l'}{\text{Cos.}\, a' \times \text{Cos.}\, l'}}$$

$$= \frac{\text{Sen.}\, D \times \text{Sen.}\, b \times \text{Cos.}\, l'}{\text{Cos.}\, D - \text{Sen.}\, a' \times \text{Sen.}\, l'}$$

mas he

$$\text{Sen.}\, a' = \text{Cos.}\, D \times \text{Sen.}\, l' + \text{Cos.}\, l' \times \text{Sen.}\, D \times \text{Cos.}\, b$$

logo

$$\text{Tg.}\, Z = \frac{\text{Sen.}\, D \times \text{Sen.}\, b}{\text{Cos.}\, D \times \text{Cos.}\, l' - \text{Sen.}\, D \times \text{Sen.}\, l' \times \text{Cos.}\, b}$$

ſubſtituindo agora em lugar de $\text{Tg.}\, Z$ o ſeu valor, e fazendo $l' = l$, teremos

dl

$$\frac{dl'}{dl} = \frac{\text{Sen.}\, b \times \text{Tg.}\, TM}{\text{Cot.}\, D \times \text{Cot.}\, l - \text{Cos.}\, b}$$

deſta formula reſulta, que, para ſer $dl' < dl$, como he neceſſario, a fim de irem as latitudes ſendo convergentes para a verdadeira, devemos ter
$\text{Sen.}\, b \times \text{Tg.}\, TM < \text{Cot.}\, D \times \text{Cot.}\, l - \text{Cos.}\, b$, ou
$\text{Cos.}\, b + \text{Sen.}\, b \times \text{Tg.}\, TM < \text{Cot.}\, D \times \text{Cot.}\, l$, o que dá

$$\frac{\text{Cos.}\, MI}{\text{Cos.}\, TM} < \text{Cot.}\, D \times \text{Cot.}\, l,$$

condiçaõ totalmente identica á do n.° II., e da qual ſe podem conſequentemente tirar iguaes corollarios.

IX. Paſſemos a indagar quando hum erro, commettido no intervallo obſervado, deve influir menos ſobre a latitude.
l' e MI ſaõ as variaveis; por tanto, nas formulas de Douwes, teremos

$$(D),\ dTM = -dMI \times \text{Cot.}\, MI \times \text{Tg.}\, TM$$

$$(E),\ dDM = dTM - dMI$$

$$= -dMI\,(\text{Cot.}\, MI \times \text{Tg.}\, TM + 1)$$

$$= \frac{-dMI \times \text{Sen.}\,(TM + MI)}{\text{Sen.}\, MI \times \text{Cos.}\, TM}.$$

$$(F),\ dl' = \frac{\text{Sen.}\,(TM - MI) \times dDM}{\text{Cot.}\, D - \text{Tg.}\, l}$$

$$= \frac{dMI \times \text{Sen.}\,(TM - MI) \times \text{Sen.}\,(TM + MI)}{\text{Sen.}\, MI \times \text{Cos.}\, TM\,(\text{Tg.}\, l - \text{Cot.}\, D)},$$

logo

$$\frac{dl'}{dMI} = \frac{\text{Sen.}^2\, TM - \text{Sen.}^2\, MI}{\text{Sen.}\, MI \times \text{Cos.}\, TM\,(\text{Tg.}\, l - \text{Cot.}\, D)}$$

 Vê-

Vê-se pois, que para termos $dl' < dMI$, he preciso que seja

$$\frac{\text{Sen.}^2\, TM - \text{Sen.}^2\, MI}{\text{Sen.}\, MI \times \text{Cos.}\, TM} < Tg.\, l - \text{Cot.}\, D$$

e que dl' irá sendo o menos possivel, á proporçaõ que TM e MI se forem approximando á igualdade, e ao valor de 3 horas; e $Tg.\, l - \text{Cot.}\, D$ ao seu *maximum*. Para determinar quando $Tg.\, l - \text{Cot.}\, D$ he hum *maximum*, notemos que $\text{Cot.}\, D$ he negativa, ou positiva, conforme $D >$ ou $< 90°$; logo, na primeira hypothese, teremos $Tg.\, l + \text{Cot.}\, D$ *maximum*, quando $Tg.\, l$ *maximum*, e $\text{Cot.}\, D$ *maximum*; isto he, quando saõ grandes a latitude do navio, e a distancia Polar do Astro, de maneira que o *maximum maximorum* existe quando o navio está em hum dos Polos, e o Astro no outro: mas se $D < 90°$, entaõ deverá ser *maximum* o valor de $Tg.\, l - \text{Cot.}\, D$, o que succede quando, ou $Tg.\, l$ *maximum* e $\text{Cot.}\, D$ *minimum*, isto he nas grandes latitudes, e distancias polares; ou quando $Tg.\, l$ *minimum*, e $\text{Cot.}\, D$ *maximum*, como succede nas pequenas latitudes, e distancias ao polo: taes saõ pois as primeiras reflexões produzidas pelo valor de $\frac{dl'}{dMI}$

X. Voltemos agora ás nossas formulas, e tendo achado $dTM = -dMI \times \text{Cot.}\, MI \times Tg.\, TM$, da mesma sorte que no n.° IX., supponha-se a segunda parte do calculo feita com a maior altura, a fim

fim de assentar a combinaçaõ sobre iguaes circunstancias; e resultará,

$$1.° \; db = -dMI\, (\text{Cot.}\, MI \times Tg.\, TM + 1)$$

$$= -dMI \times \frac{\text{Sen.}\, (TM + MI)}{\text{Sen.}\, MI \times \text{Cos.}\, TM}.$$

$$2.° \; dZ \times \text{Cos.}\, Z \times \text{Cos.}\, a = \text{Sen.}\, D \times \text{Cos.}\, b \times db$$

ou

$$\frac{-dZ}{dMI} = \frac{\text{Sen.}\, D \times \text{Cos.}\, (TM - MI) \times \text{Sen.}\, (TM + MI)}{\text{Cos.}\, Z \times \text{Cos.}\, a \times \text{Sen.}\, MI \times \text{Cos.}\, TM},$$

mas he

$$\frac{\text{Sen.}\, D}{\text{Cos.}\, a} = \frac{\text{Sen.}\, Z}{\text{Sen.}\, b},$$

logo

$$\frac{-dZ}{dMI} = \frac{Tg.\, Z \times \text{Cot.}\, (TM - MI) \times \text{Sen.}\, (TM + MI)}{\text{Sen.}\, MI \times \text{Cos.}\, TM}$$

ora da equaçaõ K resulta

$$dl' = \frac{\text{Cos.}\, l'}{\text{Cos.}\, b - \text{Cos.}\, Z}(dZ \times \text{Sen.}\, b - db \times \text{Sen.}\, Z$$

substituindo e reduzindo sahe

$$\frac{-dl'}{dMI} = \text{Cos.}\, l' \times Tg.\, Z \times \frac{\text{Sen.}\, (TM + MI)}{\text{Sen.}\, MI \times \text{Cos.}\, TM}$$

$$= \text{Cos.}\, l' \times Tg.\, Z\, (Tg.\, TM \times \text{Cot.}\, MI + 1)$$

daqui se segue que dl' será tanto menor, geralmente fallando, quanto maiores fôrem l' e MI, e menores Z e TM.

Se por $Tg.\, Z$ substituimos o seu valor achado n.° VIII. virá

$$\frac{dl'}{dMI} = \frac{\text{Sen.}\, (TM - MI) \times \text{Sen.}\, (TM + MI)}{\text{Sen.}\, MI \times \text{Cos.}\, TM\, (Tg.\, l \times \text{Cos.}\, b - \text{Cot.}\, D)}$$

ex-

expressaõ que unicamente differe da do numero precedente, em $Tg.\ l' \times Cos.\ b - Cot.\ D$, que nelle he $Tg.\ l' - Cot.\ D$, poderemos pois desta pequena differença tirar, qual he mais vantajozo, se este se aquelle methodo, pois devendo dar-se a preferencia ao que der menor dl'; e sendo $Tg.\ l > Tg.\ l' \times Cos.\ b$ na hypothese de $l' = l$, e $Cos.\ b < 1$; he claro que a vantagem se declara pelo de Douwes, mas tanto menos, quanto menor he DM, e somente quando $D > 90$, ou < 90, e $< l$; quando porém temos $D < 90$, e $> l$, entaõ he o nosso methodo mais vantajozo.

XI. Supponhaõ-se agora variaveis l' e a', e tratemos de achar a razaõ das suas fluxoens.

A equaçaõ D mostra ser

$$dTM = \frac{-da' \times Cos.\ a'}{2\,Sen.\ MI \times Cos.\ TM \times Cos.\ l \times Sen.\ D}$$

de E tira-se $dDM = dTM$; e de F sahe

$$dl' \times Cos.(l'+D) = Cos.\ l \times Sen.\ D \times Sen.\ DM \times dDM,$$

substituindo, e devidindo, vem

$$dl' = -da' \times \frac{Cos.\ a'}{2\,Cos.(l'+D)} \times \frac{Sen.\ DM}{Sen.\ MI \times Cos.\ TM}$$

donde se tira

$$\frac{dl'}{da'} = \frac{Cos.\ a'}{2\,Cos.\ (l'+D)}\left(1 - \frac{Tg.\ TM}{Tg.\ MI}\right)$$

Desta formula rezulta que, para dl' ser o menor possivel a respeito de da', he precizo que sejaõ, a' o maior possivel, $l'+D$ o maior, ou menor possivel, conforme for $>$ ou $< 90.°$; e $1 - \frac{Tg.\ TM}{Tg.\ MI}$ o menor pos-

possivel: ora, como as observaçoens, prezentemente consideradas, cahem para hum mesmo lado do meridiano, he $TM > MI$, logo $Tg.\ TM > Tg\ MI$, logo para que $1 - \frac{Tg.\ TM}{Tg.\ MI}$ seja hum *minimum*, necessita TM ser o *minimum*, e MI o *maximum*, que as circunstancias permittirem; de modo que a maior vantagem corresponde ás observações onde $TM = MI$.

XII. Se agora voltamos ao nosso methodo, acharêmos que as equaçôes G, H, I, K, reportadas á observaçaõ da maior altura, daõ

$$1.°\ dTM = \frac{-da' \times Cos.\ a'}{2\,Sen.\ MI \times Cos.\ TM \times Cos.\ l \times Sen.\ D},$$

$$2.°\ dDM = dTM,$$

$$3.°\ \frac{dZ}{da'} = \frac{-Cos.\ a' \times Cos.\ b}{2\,Sen.\ MI \times Cos.\ TM \times Cos.\ l \times Cos.\ Z \times Cos.\ a}$$

$$4.°\ dl' = \frac{da' \times Cos.\ a'}{2\,Cos.\ a \times Cos.\ Z}\left(1 - \frac{Tg.\ TM}{Tg.\ MI}\right)$$

ora

$$Cos.\ a \times Cos.\ Z = \frac{Cos.\ D - Sen.\ a \times Sen.\ l'}{Cos.\ l'}$$

$$= Cos.\ D \times Cos.\ l' - Sen.\ D \times Sen.\ l' \times Cos.\ b$$

$$= Cos.\ (l'+D) + 2\ Sen.\ l' \times Sen.^2 \frac{DM}{2}$$

logo

logo

$$\frac{dl'}{da'} = \frac{\text{Cos. } a' \left(1 - \frac{\text{Tg. } TM}{\text{Tg. } MI}\right)}{2 \text{ Cos. } (l' + D) + 4 \text{ Sen. } l' \times \text{Sen. } D \times \text{Sen.}^2 \frac{DM}{2}}$$

formula, cuja differença á precedente he assaz facil notar, e por ella vir no conhecimento de quando este meio offerece, e quando naõ offerece maior approximaçaõ do que o de Douwes.

XIII. Reputemos variaveis l' e a, e acharêmos

$$1.^\circ \ (D) \ d\,TM = \frac{da \times \text{Cos. } a}{2 \text{ Sen. } MI \times \text{Cos. } TM \times \text{Cos. } l' \times \text{Sen. } D}$$

$$2.^\circ \ (E) \ d\,DM = d\,TM$$

$$3.^\circ \ (F) \ \frac{dl'}{da} = \frac{\text{Cos. } a \left(1 + \frac{\text{Sen. } DM}{\text{Sen. } MI \times \text{Cos. } TM}\right)}{\text{Cos. } (l' + D)}$$

$$= \frac{\text{Cos. } a \times \text{Sen. } (TM + MI)}{2 \text{ Sen. } MI \times \text{Cos. } TM \times \text{Cos. } (l' + D)}$$

$$= \frac{\text{Cos. } a}{2 \text{ Cos. } (l' + D)} \left(1 + \frac{\text{Tg. } TM}{\text{Tg. } MI}\right)$$

logo he dl' hum *minimum*, quando Cos. a *minimum*; ou a *maximum*, quando Cos. $(l' + D)$ *maximum*, isto he, quando ou $l' + D < 90.^\circ$ e *minimum*, ou $> 90.^\circ$ e *maximum*; e quando $1 + \frac{\text{Tg. } TM}{\text{Tg. } MI}$ *minimum*, o que succede quando Tg. TM, ou $TM =$ *minimum*, e Tg. MI, ou $MI =$ *maximum*.

Comparando o dl' deste numero, com o do n.º IX, teremos:

$$\frac{\text{aquelle}}{-\text{este}} = \frac{\text{Cos. } a' \times \text{Sen. } (TM - MI)}{\text{Cos. } a \times \text{Sen. } (TM + MI)}$$

logo,

1.º Os erros das alturas influem em sentido contrario; de sorte que, se ambas peccaõ, ou por falta, ou por excesso, a menor augmenta ou diminue a latitude verdadeira, e a maior diminue, ou augmenta a mesma latitude, e assim, suppondo-as de igual influencia, nenhum erro produziraõ no rezultado.

2.º Influem igual, ou dezigualmente, conforme

$$\frac{\text{Cos. } a' \times \text{Sen. } (TM - MI)}{\text{Cos. } a \times \text{Sen. } (TM + MI)} =, >, \text{ ou } < 1$$

isto he, conforme

$$\frac{\text{Cos. } a'}{\text{Cos. } a} =, \text{ ou } >, \text{ ou } < \frac{\text{Sen. } (TM + MI)}{\text{Sen. } (TM - MI)}$$

NB. Por naõ augmentar consideravelmente o volume das notas, assás attendivel já, e tambem pelo muito que nos urge o fim desta impressaõ, trataremos de concluir, o mais brevemente que podermos; proseguindo só a analyse do methodo de Douwes: os numeros VIII. X. XII. mostraõ sufficientemente a differença dos dois, e o caminho que deve seguir quem pertender continuar a mesma indagaçaõ.

XIV. Se finalmente consideramos variaveis l' e D, teremos

$$1.^\circ \ d\,TM = -d\,D \times \text{Cot. } D \times \text{Tg. } TM$$

$$2.^\circ \ d\,DM = d\,TM$$

3.° $$\frac{dl'}{dD}=\frac{\text{Sen.}\,l\times\text{Sen.}\,D-\text{Cos.}\,l\times\text{Cos.}\,D\times\frac{\text{Cos.}\,MI}{\text{Cos.}\,TM}}{\text{Cos.}\,(l'+D)}$$

logo $$\frac{-dl'}{dD}=\frac{\text{Cot.}\,l\times\text{Cot.}\,D\times\frac{\text{Cos.}\,MI}{\text{Cos.}\,TM}-1}{\text{Cot.}\,l\times\text{Cot.}\,D-1}$$

$$=\frac{\text{Cos.}\,MI}{\text{Cos.}\,TM}+\frac{\frac{\text{Cos.}\,MI}{\text{Cos.}\,TM}-1}{\text{Cot.}\,D\times\text{Cot.}\,l-1}$$

Será pois $dl'<dD$, quando

$\text{Cot.}\,D\times\text{Cot.}\,l\times\frac{\text{Cos.}\,MI}{\text{Cos.}\,TM}-1<\text{Cot.}\,D\times\text{Cot.}\,l-1$,

ou quando $\text{Cos.}\,MI<\text{Cos.}\,TM$, ou $MI>TM$

Note-se, que esta fórmula, e a do n.° 1, tem de commum a parte $\frac{\frac{\text{Cos.}\,MI}{\text{Cos.}\,TM}-1}{\text{Cot.}\,D\times\text{Cot.}\,l-1}$; chamando pois a esta parte k, teremos, em o n.° 1. $dl'=dl\times k$, e neste $dl'=-dD\left(\frac{\text{Cos.}\,MI}{\text{Cos.}\,TM}+k\right)$, expressaõ facil de calcular por meio das taboas de M. Brinkley, como abaixo veremos; e que ao mesmo tempo póde mostrar quando, e quanto, o erro em D faz variar l': o mesmo effeito pódem tambem produzir os calculos effectivos das outras fórmulas, relativamente as quantidades variaveis que fórmaõ o objecto dellas.

XV. O methodo dos incrementos, ou differenças finitas, taõ bem applicado á Trigonometria por M. Cagnoli, acharia nestas indagações hum lugar proprio, se o das fluxões naõ fosse sufficiente para o fim,

fim, que nos propomos; e senaõ tivessemos occupado já tanto, e taõ precizo espaço: de mais naõ fica além das forças de cada hum fazer a applicaçaõ delle, huma vez que a dezeje, e por isso o omittimos.

XVI. Se em os numeros VII, IX, XI, XIII, XIV, suppomos a ultima parte do calculo praticada por meio da menor altura, o que da $DM=TM+MI$, e $\text{Sen.}\,(l'+D)=\text{Sen.}\,a'+\text{Cos.}\,l\times\text{Sen.}\,D\,(1-\text{Cos.}\,DM)$, acharemos fórmulas absolutamente identicas, donde se conclue ser indifferente o uzo da maior, ou da menor altura, pois de todo o modo se tem por fim o mesmo erro, quando outras circunstancias o naõ diversificaõ.

XVII. Se, nos mesmos numeros, suppozermos as observações interceptadas pelo Meridiano, em cujo caso he $DM=MI-TM$ para a maior altura, e $=MI+TM$ para a menor, vir-nos-haõ igualmente os mesmos rezultados; e por tanto, a alteraçaõ deste he sómente produzida pela dos valores de MI, e TM, que, em taes circunstancias, mudaõ de grandeza, e dezigualdade relativa: logo todos os cazos deste genero devem ser determinados pela analyse das ditas fórmulas feita convenientemente.

XVIII. Segue-se agora dar a descripçaõ, e usos das taboas de M. Brinkley: a primeira parte satisfaz-se dizendo, que as Taboas P reprezentaõ os rezultados dados pela fórmula $\frac{\text{Cos.}\,MI}{\text{Cos.}\,TM}\backsim 1$ calculada nas differentes hypotheses de MI, e TM, annunciadas nas primeiras columnas transversal, e vertical das mesmas taboas; e que as outras mostraõ os differentes valores de $\text{Cot.}\,D\times\text{Cot.}\,l$, segundo os diversos D e l, indicados nas suas correspondentes columnas, como bem facilmente se póde verificar.

 TA-

TABOA *P*.

MI

TM	$0^h 10'$	$0^h 20'$	$0^h 30'$	$0^h 40'$	$0^h 50'$	$1^h 0'$	$1^h 10'$	$1^h 20'$	$1^h 30'$
$0^h 10'$	0	,003	,008	,014	,022	,034	,046	,059	,075
0 20	,003	0	,003	,011	,020	,030	,043	,057	,072
0 30	,007	,003	0	,007	,013	,026	,038	,052	,068
0 40	,014	,011	,007	0	,009	,019	,032	,046	,062
0 50	,025	,020	,021	,009	0	,011	,023	,038	,053
1 0	,034	,031	,026	,019	,021	0	,013	,027	,044
1 10	,047	,044	,038	,032	,023	,013	0	,015	,031
1 20	,064	,060	,055	,048	,038	,027	,015	0	,017
1 30	,081	,079	,073	,066	,057	,045	,032	,017	0
1 40	,102	,099	,094	,087	,077	,066	,052	,036	,019
1 50	,126	,123	,118	,110	,101	,089	,075	,059	,041
2 0	,151	,150	,145	,137	,127	,115	,100	,085	,066
2 10	,185	,180	,175	,168	,158	,146	,131	,114	,096
2 20	,219	,216	,210	,202	,192	,180	,163	,147	,128
2 30		,255	,250	,241	,230	,218	,202	,185	,165
2 40			,294	,286	,274	,261	,245	,227	,206
2 50				,335	,324	,310	,293	,275	,254
3 0					,380	,366	,349	,329	,307
3 10						,428	,411	,389	,367
3 20						,503	,482	,462	,436
3 30						,587	,566	,542	,528
3 40						,684	,661	,638	,609
3 50						,785	,775	,747	,719
4 0						,912	,906	,880	,847
4 10							1,06	1,03	1,00
4 20								1,22	1,18
4 30									1,41

Por meio destas mesmas Taboas, se póde conhecer o valor de $\frac{\text{Cos. } MI}{\text{Cos. } TM}$ tomando o complemento dos numeros que estaõ su-

periores

CONTINUAÇAÕ DA TABOA *P*.

MI

TM	$1^h 40'$	$1^h 50'$	$2^h 0'$	$2^h 10'$	$2^h 20'$	$2^h 30'$	$2^h 40'$	$2^h 50'$	$3^h 0'$
$0^h 10'$	,092	,115	,136	,180					
0 20	,090	,109	,131	,153	,178	,192			
0 30	,085	,105	,126	,149	,173	,200			
0 40	,080	,099	,120	,143	,168	,194			
0 50	,072	,091	,113	,136	,161	,187			
1 0	,061	,082	,103	,127	,152	,179			
1 10	,050	,069	,092	,115	,141	,168			
1 20	,035	,056	,078	,103	,128	,156			
1 30	,019	,040	,063	,087	,114	,141			
1 40	0	,021	,044	,070	,096	,125			
1 50	,022	0	,024	,049	,077	,105			
2 0	,046	,024	0	,026	,054	,084			
2 10	,074	,051	,026	0	,028	,059			
2 20	,105	,082	,057	,029	0	,031			
2 30	,142	,117	,092	,063	,032	0			
2 40	,183	,158	,129	,101	,069	,036	0		
2 50	,230	,203	,174	,142	,111	,076	,039	0	
3 0	,282	,258	,223	,192	,157	,121	,083	,043	0
3 10	,340	,313	,281	,248	,211	,174	,133	,091	
3 20	,410	,379	,348	,311	,274	,233	,192	,146	
3 30	,488	,457	,422	,386	,345	,303	,257	,211	
3 40	,580	,545	,510	,470	,429	,383	,336	,279	
3 50	,683	,651	,610	,569	,523	,477	,425	,372	
4 0	,813	,772	,732	,681	,635	,586	,531	,474	
4 10	,961	,921	,874	,827	,773	,718	,659	,597	
4 20	1,14	1,08	1,03	,994	,935	,875	,812	,741	
4 30	1,37	1,32	1,26	1,20	1,14	1,07	1,00	,926	

periores á linha transversal, e obliqua das cifras; e ajuntando 1 aos que ficaõ inferiores á mesma linha: a razaõ he evidente.

Complemento de D.

L	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°	10°	11°	12°
1° 2 3 4 5 6	Nos primeiros seis gráos da latitude devidi o Complemento de *D*, ou a declinaçaõ pela latitude, e o quociente será o número, que nesta taboa deve corresponder aos mesmos dados.											
7	,15	,29	,41	,57	,71	,8[illegible]	1,02	1,14	1,29	1,41	1,58	1,73
8	,13	,25	,37	,50	,62	,75	,88	1,00	1,13	1,26	1,38	1,51
9	,11	,22	,33	,44	,55	,67	,78	,89	1,00	1,11	1,22	1,34
10	,10	,20	,30	,40	,50	,60	,70	,80	,90	1,00	1,10	1,20
11	,09	,18	,27	,36	,45	,54	,63	,72	,81	,90	1,00	1,09
12	,08	,16	,25	,33	,41	,49	,57	,66	,74	,83	,91	1,00
13	,08	,15	,23	,31	,38	,46	,54	,61	,68	,76	,84	,92
14	,07	,14	,21	,28	,35	,42	,49	,56	,63	,70	,78	,85
15	,07	,13	,19	,26	,32	,39	,46	,52	,59	,66	,72	,79
16	,06	,12	,18	,24	,31	,37	,43	,49	,55	,61	,68	,74
17	,06	,12	,17	,23	,28	,34	,40	,46	,52	,58	,64	,70
18	,05	,11	,16	,21	,27	,32	,37	,43	,48	,54	,59	,65
19	,05	,10	,15	,20	,25	,30	,35	,40	,46	,51	,56	,62
20	,05	,10	,14	,19	,24	,29	,34	,39	,43	,48	,53	,58
21	,04	,09	,14	,18	,22	,27	,32	,37	,41	,46	,50	,55
22	,04	,09	,13	,17	,21	,26	,30	,34	,39	,44	,49	,53
23	,04	,08	,12	,16	,20	,25	,29	,33	,37	,41	,45	,50
24	,04	,08	,12	,16	,20	,24	,28	,32	,35	,40	,44	,48
25	,04	,08	,11	,15	,18	,22	,26	,30	,34	,38	,42	,46
26	,04	,07	,11	,14	,17	,21	,25	,28	,32	,36	,40	,44
27	,03	,07	,10	,14	,17	,21	,24	,27	,31	,35	,38	,42
28	,03	,06	,10	,13	,16	,20	,23	,26	,30	,33	,36	,40
29	,03	,06	,09	,12	,15	,19	,22	,25	,28	,31	,34	,38
30	,03	,06	,09	,12	,15	,18	,21	,24	,27	,30	,33	,37
32	,03	,05	,08	,11	,14	,17	,20	,22	,25	,28	,31	,34
34	,03	,05	,08	,11	,13	,16	,18	,20	,23	,26	,29	,32
36	,02	,04	,07	,09	,11	,14	,16	,19	,22	,24	,26	,29
38	,02	,04	,07	,09	,11	,13	,15	,17	,20	,22	,24	,27
40	,02	,04	,06	,09	,11	,13	,15	,17	,19	,21	,23	,26
42	,02	,04	,06	,08	,10	,12	,14	,16	,18	,20	,22	,24
45	,02	,03	,05	,07	,09	,11	,12	,14	,16	,18	,20	,22
48	,02	,03	,05	,07	,08	,10	,11	,12	,14	,16	,18	,20
51	,01	,02	,04	,06	,07	,08	,10	,11	,13	,14	,16	,18
55	,01	,02	,04	,05	,06	,07	,08	,09	,11	,13	,14	,15
59	,01	,02	,03	,04	,05	,06	,07	,08	,10	,11	,12	,13
63	,01	,01	,02	,03	,04	,05	,06	,07	,08	,09	,10	,11
68	,01	,01	,01	,02	,03	,03	,04	,05	,06	,07	,08	,09
74	,00	,01	,01	,02	,02	,02	,03	,03	,04	,05	,05	,06
80	,00	,01	,01	,01	,02	,02	,02	,03	,03	,03	,04	,04

Para se ter o valor de Cot. $D \times$ Cot. $l - 1$, faça-se a somma, ou a differença de cada hum dos numeros das taboas com a unidade,

Complemento de D.

L	13°	14°	15°	16°	17°	18°	19°	20°	21°	22°	23°	24°
1° 2 3 4 5 6	Nos primeiros seis gráos de latitude devidi o Complemento de *D*, ou a declinaçaõ pela latitude, e o quociente será o número que nella taboa deve corresponder aos mesmos dados.											
7	1,88	2,0	2,2	2,3	2,5	2,6	2,8	2,9	3,1	3,3	3,4	3,5
8	1,64	1,77	1,91	2,1	2,2	2,3	2,5	2,6	2,7	2,9	3,0	3,1
9	1,46	1,57	1,69	1,81	1,93	2,1	2,2	2,3	2,4	2,6	2,7	2,8
10	1,31	1,42	1,55	1,63	1,71	1,84	1,95	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5
11	1,19	1,28	1,37	1,47	1,57	1,66	1,76	1,88	1,98	2,1	2,2	2,3
12	1,09	1,18	1,26	1,35	1,44	1,53	1,62	1,71	1,80	1,90	1,99	2,1
13	1,00	1,08	1,16	1,24	1,33	1,41	1,49	1,57	1,66	1,74	1,83	1,91
14	,93	1,00	1,07	1,15	1,23	1,30	1,38	1,46	1,54	1,62	1,70	1,78
15	,86	,93	1,00	1,06	1,14	1,21	1,28	1,36	1,43	1,51	1,59	1,66
16	,81	,87	,94	1,00	1,06	1,13	1,20	1,27	1,34	1,41	1,48	1,55
17	,75	,81	,88	,93	1,00	1,06	1,12	1,18	1,26	1,32	1,38	1,44
18	,71	,76	,83	,88	,94	1,00	1,06	1,12	1,19	1,24	1,30	1,35
19	,67	,72	,78	,83	,89	,94	1,00	1,06	1,12	1,17	1,23	1,29
20	,63	,68	,74	,79	,84	,89	,95	1,00	1,06	1,11	1,16	1,21
21	,60	,65	,70	,75	,80	,85	,90	,95	1,00	1,05	1,10	1,15
22	,57	,62	,66	,71	,75	,81	,85	,90	,95	1,00	1,05	1,09
23	,56	,59	,63	,67	,71	,77	,81	,86	,90	,95	1,00	1,05
24	,51	,56	,60	,64	,68	,73	,77	,82	,86	,91	,95	1,00
25	,49	,53	,57	,61	,66	,70	,74	,78	,82	,87	,91	,95
26	,47	,51	,55	,58	,63	,67	,70	,74	,78	,83	,87	,91
27	,45	,49	,53	,56	,60	,64	,67	,71	,75	,79	,83	,87
28	,43	,47	,50	,54	,57	,61	,64	,68	,72	,76	,79	,83
29	,42	,45	,48	,52	,55	,59	,62	,66	,69	,73	,76	,79
30	,41	,43	,46	,50	,53	,57	,60	,64	,66	,70	,73	,7[illegible]
32	,37	,40	,43	,46	,49	,52	,55	,58	,61	,64	,67	,70
34	,34	,36	,39	,42	,45	,48	,51	,54	,57	,59	,62	,65
36	,32	,34	,37	,39	,42	,45	,47	,50	,53	,55	,58	,61
38	,29	,32	,34	,36	,39	,41	,43	,46	,49	,51	,54	,57
40	,27	,30	,32	,34	,36	,38	,40	,43	,45	,48	,50	,53
42	,26	,28	,30	,32	,34	,36	,38	,40	,43	,45	,47	,50
45	,23	,25	,27	,29	,31	,32	,34	,36	,38	,40	,42	,45
48	,21	,22	,24	,26	,28	,30	,31	,32	,34	,36	,38	,41
51	,19	,20	,22	,23	,25	,26	,28	,29	,31	,32	,34	,37
55	,16	,17	,19	,20	,21	,22	,24	,25	,27	,28	,30	,32
59	,14	,15	,16	,17	,18	,19	,20	,21	,23	,24	,26	,28
63	,12	,13	,14	,15	,16	,17	,18	,19	,20	,21	,22	,23
68	,09	,10	,11	,11	,12	,13	,14	,15	,16	,17	,18	,19
74	,06	,06	,07	,07	,08	,08	,09	,09	,10	,11	,12	,14
80	,04	,04	,04	,04	,05	,05	,06	,06	,07	,07	,08	,09

conforme for $D >$, ou $< 90°$; e o resultado será o valor procurado.

USOS DAS TABOAS.

As taboas P e Q, fervem para mais facilmente fe achar a foluçaõ dos feguintes dois Problemas, com os quaes fe fimplifica muito a repetiçaõ do calculo no methodo de Douwes.

PROBLEMA I.

Dada a differença entre a latitude eftimada, e a calculada, conhecer a differença defta á verdadeira.

SOLUÇAÕ.

A fórmula do n.° 1 $d\,l' = d\,l \times \dfrac{\dfrac{\text{Cof. } M\,I}{\text{Cof. } T\,M} - 1}{\text{Cot. } D \times \text{Cot. } l - 1}$,

e o calculo das taboas P e Q, rezolvem o problema propofto defta maneira: ,, Com os dados $M\,I$ e $T\,M$ bufque-fe o numero correfpondente da Taboa P; com D e l, bufque-fe igualmente na Taboa Q o numero que lhe correfponde, e prepare-fe do modo explicado na nota que acompanha efta mefma Taboa; devida-fe o primeiro numero pelo fegundo, depois de preparado; e o quociente multiplicado pela differença dada, produzirá o que fe pede: depois, com o focorro das regras A, B, C do numero III. fe determinará com facilidade o valor da latitude verdadeira. Em fim fe efta differir ainda muito da calculada, repita-fe o calculo, tomando efta por eftimada, e aquella por calculada.

Os

Os exemplos feguintes, tirados do Deftro Obfervador, por ferem os que actualmente eftaõ mais efpalhados entre nós, acabaráõ de facilitar a foluçaõ precedente.

1.° EXEMPLO.

Dec. do Sol $= 11°\ 17'\ N$	lat. { eftimad. $= 46°\ 50'\ N$
Meio Interv. $= 42'\ 30''$	calcul. $= 46\ 27$
Temp. Med. $= 1^h\ 15',5$	Dif., ou $d\,l = 23'$

Segundo a regra B deve a latitude verdadeira fer maior de que a calculada, e menor do que a eftimada.

Num. $\left\{ \dfrac{P}{Q_{\text{prep.}}} = \dfrac{0,04}{,91} = ,04,, \times 23' = 1' \right.$ correcçaõ procurada.

logo:

Latitude correcta $= 46°\ 28'\ N$.

Tempo Medio $= 1^h\ 15'$.

2.° EXEMPLO.

Meio Interv. $= 0^h\ 30'\ 00''$	lat. { eftimad. $= 50°\ 40'\ N$
Temp. Med. $= 1^h\ 00'\ 50''$	calcul. $= 49\ 59$
Dec. do Sol $= 20°\ 00'\ S$	Dif., ou $d\,l = 41'$

Segundo a regra B temos, latitude verdadeira entre a eftimada e a calculada.

Ora

$$\text{Num.}\left\{\frac{P}{Q\ \text{prep.}}=\frac{,03}{1,29}=,02\ ,,\times 41'=1'=\text{cor-}\right.$$

recção procurada.

logo:

Latitude verdadeira $= 50^\circ\ 0'\ N$

Tempo Medio $= 1^h\ 00'\ 00''$.

3.° EXEMPLO.

$$\begin{array}{ll|ll} & MI = 1^h\ 33'\ 00'' & l = 7^\circ & 40'\ N \\ & TM = 3\quad 1\quad 30 & l' = 7 & 16 \\ \text{Comp.} & D = 22^\circ\ 47'\ \text{poz.} & dl = & 24 \end{array}$$

Segundo a regra A temos $l'' = l' - dl'$

$$\frac{P}{Q.\ \text{prep.}}=\frac{,31}{2,2}=0,01\ ,,\times 24=0'=\text{correc.}$$

logo:

$l''=l'$, e TM o mesmo.

4.° EXEMPLO.

$$\begin{array}{ll|ll} & MI = 1^h\ 38'\ 30'' & l = 43^\circ & 45'\ N \\ & TM = 0\quad 46\quad 30 & l' = 45 & 15 \\ \text{Comp.} & D = -\ 15^\circ\ 14' & dl = 1 & 30 \end{array}$$

Segundo as regras B, C „ $l'' = l' + dl'$

$$\frac{P}{Q.\ \text{prep.}}=\frac{,05}{1,3}=,04\ ,,\times 90'=3',6=4'\ \text{correc-}$$

logo:

$l''=45'\ 19''$, $TM=47'\ 30''$.

5.° Exem-

5.° EXEMPLO.

$$\begin{array}{ll|ll} & MI = 0^h\ 41'\ 0'' & l = 51^\circ & 6'\ N \\ & TM = 2^h\ 6'\ 0'' & l' = 50 & 30 \\ \text{Comp.} & D = -\ 22^\circ\ 23' & dl = & 36 \end{array}$$

Segundo as regras B e C „ $l'' = l' + dl'$

$$\frac{P}{Q.\ \text{prep.}}=\frac{,16}{1,3}=,1\ ,,\times 36'=4'\ \text{correcção.}$$

logo:

$l''=50^\circ\ 34'\ N$, e $TM=2^h\ 4'\ 10''$.

NOTAS.

I. Quando as distancias polares do Astro, e do Zenith, forem quasi iguaes; será precizo repetir a correcção, supposto estimada a latitude calculada, e calculada a primeira corregida.

II. Quando a latitude calculada differe da verdadeira, mais do que a estimada, póde acontecer que a latitude corregida diffira muitos minutos da verdade, se a latitude estimada tambem dista muito della; em tal cazo proceda-se a repetir o calculo de Douwes supposto estimada a latitude corregida, o que dará huma nova latitude calculada, a qual tornaremos a corregir pelo mesmo módo, e assim teremos a latitude verdadeira.

III. A falsa posição dupla empregada por M. de Borda, no seu methodo, cuja analyse, ou descripção já deixamos feita, póde tambem empregar-se neste cazo, quando a latitude differe, ainda que pouco, da verdade, tomando como hypotheses as latitudes estimada e calculada, conhecidas, e a verdadeira que se procura; e como rezultados correspondentes as latitudes, calculada, correcta, e verdadeira.

IV.

IV. O methodo das fluxões, verdadeiro em si mesmo, naõ passa de approximado quando se trata de incrementos, e he tanto menos approximado quanto estes saõ maiores: porêm o recurso da repetiçaõ do calculo, e a sua simplicidade, o fazem preferivel a qualquer outro para os usos de bordo: com tudo deve notar-se, que fica absolutamente improprio quando $\frac{\text{Cos. } MI}{\text{Cos. } TM} - 1$ naõ só he $> \text{Cot. } D \times \text{Cot. } l - 1$, mas tende a ser tambem maior do que todos os seguintes $\text{Cot. } D \times \text{Cot. } l - 1$, e por isso deve evitar-se o cahir em semelhantes circunstancias: ou procurar algum dos outros caminhos conhecidos, quando, por naõ ter sido possivel escapar-lhes, se deva empregar algum diverso meio.

V. He certo que $dl = l'' - l$; mas como l'' e l' se vaõ approximando cada vez mais a igualdade, naõ he inadmissivel fazer no calculo $dl = l' - l$, visto que esta hypotheze lhe dá maior facilidade, e o seu rezultado peor será, quando muito, obrigar alguma vez a fazer mais huma repetiçaõ do mesmo calculo, taõ simples em si mesmo.

Mr. Brinkley, de los Rios &c., depois de acharem

$$dl' = dl \times \frac{\frac{\text{Cos. } MI}{\text{Cos. } TM} - 1}{\text{Cot. } D \times \text{Cot. } l - 1}, \text{ tiraõ}$$

$$dl = dl' \times \frac{\text{Cot. } D \times \text{Cot. } l - 1}{\frac{\text{Cos. } MI}{\text{Cos. } TM} - 1}, \text{ e logo fazendo}$$

$$\frac{\text{Cot. } D \times \text{Cot. } l - 1}{\frac{\text{Cos. } MI}{\text{Cos. } TM} - 1}, \text{ ou } \frac{1}{k} = P, \text{ sahe}$$

dl

$dl = dl' \times P$, e $dl \pm dl' = dl'(P \pm 1)$, e em fim

$$dl' = \frac{dl \pm dl'}{P \pm 1}, \text{ ou } dl' = \frac{l' \backsim l}{P \pm 1}, \text{ formula}$$

onde o signal + serve para quando

l'', ou $< l$, e $< l'$, ou $> l$ e $> l'$;

e o signal — quando l'', ou $< l$ e $> l'$, ou $> l$ e $< l'$

a quantidade $P =$ ao nosso $\frac{1}{k}$ achase facilmente, devidindo os numeros da Taboa $\underline{Q}$ depois de preparados, pelos da Taboa P: fica pois evidente a quem quizer servir-se desta fórmula, qual he o calculo e reflexões que preciza fazer.

PROBLEMA II.

Supponde exactos todos os elementos do calculo, menos a declinaçaõ, e conhecida a variaçaõ desta no intervallo das observações, determinar a grandeza, e signal da correcçaõ que deve applicar-se a latitude calculada, para se alcançar a verdadeira.

SOLUÇAÕ.

As fórmulas do numero XIV,

$$k = \frac{\frac{\text{Cos. } MI}{\text{Cos. } TM} - 1}{\text{Cot. } D \times \text{Cot. } l - 1}, \text{ e}$$

$$dl' = -dD\left(\frac{\text{Cos. } MI}{\text{Cos. } TM} + k\right),$$

mostraõ bem claramente como deve rezolver-se o problema proposto, e he da maneira seguinte.

Procurem-se os numeros P, que seraõ pozitivos, ou ou negativos, confórme for $MI <$ ou $> TM$; achem-ſe igualmente na Taboa P os valores, de $\frac{\text{Coſ.}\ MI}{\text{Coſ.}\ TM}$, do modo indicado em a nota que a acompanha; paſſe-ſe depois a buſcar os numeros Q, e preparem-ſe como nos exemplos precedentes, advertindo porêm, que deveráõ ſer pozitivos, quando $D < 90 - l$, e negativos no cazo contrario: devida-ſe P por Q preparado a fim de ſe ter $\pm k$, cuja ſomma com $\frac{\text{Coſ.}\ MI}{\text{Coſ.}\ TM}$, dará o numero que multiplicado, pela mudança tomada com ſignal contrario, deve produzir a grandeza e ſignal da correcçaõ pedida.

Nota 1.ª Omittimos a applicaçaõ pratica dos exemplos, por naõ augmentar volume com couſas taõ ſimplices.

Nota 2.ª e ultima. Se nas fórmulas de Douwes ſuppozermos variaveis, l', l, e D, a fim de obter a influencia ſimultanea dos erros na latitude, e na declinaçaõ, acharemos

$$dl' = -dD + \left(\frac{\text{Coſ.}\ MI}{\text{Coſ.}\ TM} - 1\right) \times$$

$$\left(\frac{dl}{\text{Cot.}\ D \times \text{Cot.}\ l - 1} + \frac{dD}{\text{Tg.}\ D \times \text{Tg.}\ l - 1}\right) \text{(X)}$$

$$= k \times dl - dD \left(\frac{\text{Coſ.}\ MI}{\text{Coſ.}\ TM} \pm k\right) \text{(Y)}$$

$$= k\left(dl - dD \times \text{Cot.}\ D \times \text{Cot.}\ l\right) - dD.\ \text{(Z)}$$

Cada huma das fórmulas X, Y, Z ſubminiſtra hum meio diverſo, para alcançar o fim propoſto, ſervindo-nos das Taboadas P e Q, como vamos a explicar; advertindo porém, que em tudo quanto diſſermos, ſubentenderemos attençaõ aos ſignaes.

(X). Devida-ſe a variaçaõ em latitude pelo numero Q preparado, e a variaçaõ em declinaçaõ pela differença entre 1 e o quebrado $\frac{1}{Q}$; teremos dois quocientes, cuja ſomma multiplicada pelo numero P, dará hum producto, do qual deveremos diminuir a mudança em declinaçaõ, para ter a correcçaõ pedida.

(Y). Pratique-ſe primeiro a correcçaõ devida á differenſa em latitude como no Problema 1.º, e depois a competente á mudança em declinaçaõ como no Problema 2.º; e teremos ſatisfeito.

(Z). Ache-ſe o valor de k, e multiplique-ſe pela differença da variaçaõ em latitude, a da Declinaçaõ multiplicada pelo numero Q; do producto ſubtraia-ſe a dita mudança em declinaçaõ; e o reſto ſerá juſtamente a correcçaõ procurada.

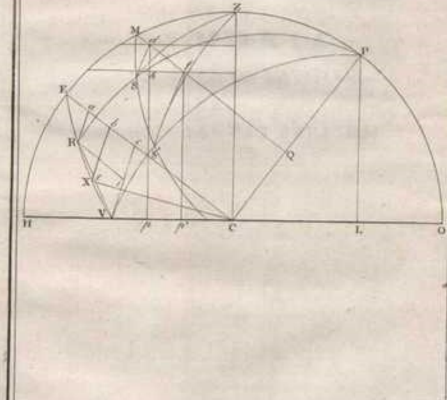
OBSERVAÇAÕ FINAL.

Poſto que ſeja clariſſimo, que as circunſtancias mais favoraveis, quando, aſſim como temos feito, ſe attende a cada huma das variaçóes de per ſi, póſſaõ naõ o ſer, quando todas as meſmas variaçóes ſe conſiderem ſimultaneas, pelo differente ſentido da ſua particular influencia; com tudo nós o advertimos expreſſamente, para ſe nos naõ attribuir o contrario a falta de cuidado; e tambem, que naõ ſendo, pela natureza do Problema, difficil a dita conſideraçaõ ſimultanea, e naõ nos parecendo, que o objecto diſcutido requer e merece, nos extendamos mais por eſte lado, por iſſo a omittimos, e damos fim com eſta obſervaçaõ, ſem com tudo deixarmos de recommendar a ſua prática, quando ſe pertenda decidir do gráo de confiança merecido pelo rezultado que obtivermos.

P. S. Sendo assaz intelligivel, e até evidente, a quem reflectir sobre os methodos de calcular a latitude dados pelos auctores, de cujos nomes se trata em as notas 1, 2; que com duas alturas, huma declinaçaõ, e hum intervallo, naõ póde obter-se mais do que huma só latitude; e naõ devendo considerar-se a latitude estimada, nos methodos que a empregaõ, senaõ como huma hypothese falça, que por dever em geral ser mais proxima á verdade, do que outra qualquer, fructo de nossas simplices conjecturas, he introduzida no calculo com preferencia, a fim de nos conduzir mais de pressa ao conhecimento da verdadeira; he evidente, torno a dizer, que o erro da referida latitude estimada apenas póde influir sobre o numero de operaçoes, ou repetiçoes precisas para chegar ao dito conhecimento, e de modo nenhum sobre a grandeza da latitude resultante, ou verdadeira: neste sentido pois se deverá entender a maior ou menor influencia de dl; naõ esquecendo porém considerar a mesma influencia, relativamente aos meios empregados para o calculo della; pois he claro que, quando estes procedem na hypothese de que influa como fluxaõ propria, deveraõ ser tanto menos certos, quanto mais falsa for a referida hypothese. Por tanto, achada a latitude correcta, e tendo-a novamente corregido da variaçaõ devida á mudança em declinaçaõ, quando esta naõ poder ser tratada como constante, decidiremos do gráo provavel da certeza do rezultado, pelo maior ou menor effeito total de hum erro possivel, e estimado arbitrariamente, assim na declinaçaõ, como no intervallo e alturas; effeito que facilmente poderemos descobrir, servindo-nos das ultimas fórmulas dos numeros XIV, IX, XI, e XIII.

N. B. Tendo devido os primeiros dezenvolvimentos de parte do P. S. precedente á leitura de hum se-

segundo papel, que D. Dionysio d'Alcalá Galiano, ultimamente remeteo á Real Academia das Sciencias, o fazemos assim publico, para sua e minha satisfaçaõ na fórma que deve ser.


Z
M
P
E
R
Q
X
V
H
C
L
O