MEMORIA

RELATIVA AO CALCULO DOS ECLIPSES DAS ESTRELLAS, SOL, E MAIS PLANETAS PELA LUA.

POR

JOSÉ MARIA DANTAS PEREIRA.

Les Mathematiques et la Phyſique ſont des Sciences dont le joug s'apeſantit toujours . . . . mais les methodes ſe multiplient en meme temps.

FONTENELLE.

Digreſſion ſur les Anciens et les Modernes.

NAÕ he noſſa tençaõ fazer a hiſtoria do importante, e celebre Problema das Longitudes, moſtrando as ſoluções que lhe tem dado, até o preſente, Geometras, e Aſtronomos do mais deſtincto merecimento: eſte objecto facilmente poderá ſer preenchido por quem lêr as differentes Encyclopedias no artigo Longitude; o Guia do Navegante por M. Levêque; as Aſtronomias do Padre Pezenás, e de M. de la Lande; a hiſtoria das Mathematicas por M. Montucla; a da Aſtronomia por M. de Bailly; e ultimamente a Theoria, e pratica das Longitudes em terra, e no mar pelo Doutor Makay: para o noſſo intento baſta repetir, que os Relogios de Longitude e Diſtancias Lunares ſaõ os meios geralmente adoptados como bons, e mais praticaveis abordo; e que os Eclipſes das Eſtrellas, e Planetas, Phenomenos os mais proprios para a determinaçaõ da Longitude, naõ tem ſido empregados tambem pela difficuldade do ſeu Calculo, o qual requer dos Pilotos conhecimentos ſuperiores aos ordinarios.

Eſta difficuldade de calculo he quanto agora nos propomos fazer deſaparecer, moſtrando como todas as circunſtancias dos ditos Eclipſes podem ſer determinadas, ſem precederem luzes maiores do que as mais elementares do curso Mathematico de M. Bezout: com effeito a observaçaõ do instante em que os limbos da Lua, e Sol se tocaõ, que outra cousa he se naõ huma observaçaõ, na qual se determina o instante em que a distancia apparente do centro da Lua ao do Sol he igual á somma dos semi-diametros apparentes dos dous Astros, referidos á Altura onde saõ observados, e descontada a irradiaçaõ da luz Solar, com a sua inflexaõ junto ao globo da Lua? Logo por que motivo o Calculo destes eclipses naõ ha-de ser feito por hum modo analogo ao das distancias, e muito mais quando assim conseguiriamos vulgarizar consideravelmente o uso de observações taõ importantes?

Tal he pois o novo ponto de vista, em que o Calculo dos Eclipses mencionados vai ser resolvido nas differentes circunstancias, que podem occorrer quando se praticaõ semelhantes observações: da exacçaõ intrinseca desta nova soluçaõ (permitta-se-me dizer assim) será impossivel duvidar; da sua maior simplicidade ainda menos, e por consequencia de poder ser empregada mais frequentes vezes pelos nossos Pilotos: por tanto restará somente attender á sua exacçaõ relativa, combinando-a com as cinco mais notaveis soluções conhecidas do mesmo Problema, a saber, I. a das operações graficas de Wren, II. a das projecções de Cassini, III. a dos Nonagesimos de la Caille, IV. a dos angulos parallacticos de Ptolomeo novamente discutida por M. de la Lande, V, e ultima a analytica de M. du Sejour: facilmente poderiamos effectuar a comparaçaõ, todavia parece melhor deixar este trabalho a outrem por nos livrarmos de parecer demasiadamente affeiçoados ao novo methodo, em cuja invençaõ nada olhamos tanto como simplificar os Calculos ordinarios, reduzindo-os á maior uniformidade possivel com o Calculo das distancias taõ praticado já por alguns dos nossos Pilotos; sem com tudo prejudicarmos aquella exacçaõ que a boa probabilidade deve fazer esperar de observações effectuadas em observatorios occasionaes, sem instrumentos de particular estima, e por observadores, que ordinariamente naõ saõ dos mais peritos.

Passemos pois a tratar dos casos diversos que podem acontecer nestas observações, e do modo como em cada hum delles se deve calcular a Longitude.

PAR-

PARTE I.

Determinar a Longitude por meio da occultaçaõ de qualquer Estrella.

Observações precisas.

ANtes da Immersaõ tomem-se alturas da Lua, e Estrella, notando as horas correspondentes a cada huma; observe-se depois o instante da Immersaõ; durante o Eclipse continue-se a tomar alturas da Lua; e logo que se tenha observado o instante da Emersaõ, tomem-se novamente alturas da Estrella, e Lua, com o mesmo cuidado de marcar as suas horas correspondentes.

CALCULO.

I.

Por meio, ou das proporções, ou das interpolações, determinem-se as alturas apparentes dos dous Astros nos instantes dos contactos, e destas se deduzaõ immediatamente as alturas verdadeiras dos mesmos Astros.

Feito isto note-se, que a distancia apparente da Estrella ao centro da Lua, em cada hum dos instantes mencionados, deve ser igual ao semi-diametro horisontal da Lua para a hora da observaçaõ, mais o seu augmento correspondente á altura observada, menos a parte proporcional da contracçaõ do mesmo semi-diametro, e a devida inflexaõ dos raios de luz produzida, segundo M. du Sejour, pela refracçaõ destes raios na pequena athmosfera da Lua; quantidades que se podem tirar de diversas Taboas já impressas (1), e das quaes as ultimas duas

(1) Nas Ephemerides de 1799 publicaremos estas, e todas as mais taboas pertencentes ao calculo da Longitude, com a explicaçaõ dos seus usos respectivos, o que naõ fazemos agora por falta de lugar: advertiremos porém que a inflexaõ equivale a $3''\frac{1}{2}$ conforme o parecer de M. du Sejour: que a irradiaçaõ, insensivel segundo M. de la Lande, chega a 4'' em Makay: e que aquelles que pertenderem fazer estas observações com todo o escrupulo, naõ devem esquecer as reducções correspondentes ao gráo de força do oculo pelo qual observarem.

 po-

podeŕaõ ſer deſprezadas nas obſervações feitas a bordo.

II.

Determinada aſſim a diſtancia apparente, com as alturas apparentes, e verdadeiras dos dous Aſtros, tanto no inſtante da Immerſaõ, como no da Emerſaõ, calculem-ſe as diſtancias verdadeiras dos meſmos Aſtros, ou por meio das Grandes Taboas Inglezas, cujo calculo ſe faz em 8' de tempo; ou pelo methodo de Dunthorn que exige o uſo de tres taboas diverſas, e 12' de tempo; ou em fim pelo do Cavalheiro de Bordá, onde, ainda que ſe empregaõ 18', naõ ſe carece de outras taboas mais do que as Logarithmicas de Gardiner.

Deſpreze-ſe o methodo chamado Trigonometrico, mais trabalhoſo, e menos exacto do que eſte ultimo, e ainda mais o dos angulos na Lua, e Eſtrellas por ſer o de menos exacçaõ.

Naõ fallamos no de Rome, porque differe pouco do do Cavalheiro de Bordá; igualmente naõ fallamos no de Lyons, e outros, porque o uſo dos precedentes os deve deixar inuteis: com tudo caſos haverá nos quaes poſſa empregar-ſe o de M. Maskelyne para quando as Latitudes dos dous Aſtros naõ excedem 5.°

III.

Se a Eſtrella obſervada naõ fôr das que vem na pag. 5 das Ephemerides, tomem-ſe as taboas lunares de Mayer correctas por Maſon, que andaõ juntas ás outras Taboas Aſtronomicas de M. de la Lande, impreſſas em Pariz no anno 1792, e ſeguindo a explicaçaõ annexa ás meſmas taboas, tire-ſe dellas o lugar da Lua para tres, ou quatro Epochas igualmente diſtantes entre ſi, e que comprehendaõ os dois contactos; determine ſe tambem o lugar da Eſtrella, applicando ao ſeu lugar medio extrahido das paginas 113, e 114 das Ephemerides, as correcções da nutaçaõ, e aberraçaõ que lhe competirem: immediatamente paſſe-ſe a determinar as correſpondentes diſtancias da Eſtrella, e Lua, com os ſeus inſtantes reſpectivos; e entaõ ſe verá quaes devem ſer as horas de Liſboa proprias das diſtancias obſervadas.

Calculada a diſtancia verdadeira, poderemos tambem de-

deduzir della a Longitude da Lua, e pelo conhecimento do inſtante em que a Lua tinha a meſma Longitude em Liſboa, vir a concluir a Longitude do Navio.

Se a Eſtrella da obſervaçaõ pertencer ás que vem na pag. 5 das Ephemerides, poupar-ſe-ha quaſi todo o trabalho deſte paragrafo, por ſe achar feito alli com aquelle eſcrupulo de que ſomos capazes.

IV.

Ou por meio de hum relogio, cuja marcha ſeja conhecida; ou obſervando a altura de alguma Eſtrella, que eſteja nas viſinhanças do primeiro vertical; ou ſervindo-nos da altura da Eſtrella eclipſada; determinaremos as horas de bordo correſpondentes ás diſtancias calculadas.

Tambem poderemos achar a hora de bordo, tendo primeiro calculado a de Liſboa pela maneira explicada no paragrafo antecedente, e calculando depois a Aſcenſaõ recta do Sol, e Eſtrella immergida, para a dita hora de Liſboa; aſſim como tambem a Aſcenſaõ recta, e Diſtancia polar da Lua; concluindo depois pelo modo que explicaremos em o n.° VI.

V.

As differenças entre as horas de bordo, e as de Liſboa daraõ duas Longitudes, que devem ſer nada, ou muito pouco diverſas; de todo o modo na ſua meia proporcional arithmetica obteremos a Longitude procurada.

VI.

Repreſentando por Z o zenith, P o polo, L o lugar da Lua, E o da Eſtrella, HZR o meridiano do navio, HFR o ſeu horizonte, ZF e ZD os verticaes que paſſaõ por E e L; depois de termos determinado a hora da obſervaçaõ em Liſboa, poderemos com as duas alturas EF, LD, com a diſtancia LE, e, ou com as diſtancias polares PL, PE, ou com PE, e a differença LPE das Aſcenſões rectas, determinar o angulo ZPE, e a Latitude PR; de ſorte que eſta meſma obſervaçaõ pode dar tambem a hora de bordo ſem dependencia da Latitude eſtimada, e a meſma Latitude do navio; ora na combinaçaõ deſta Latitude com a eſtimada, ou com outra determiminada pela observaçaõ proxima de alguma altura meridiana, teremos mais hum meio que nos dirija em o conceito que deveremos ficar formando da observaçaõ.

VII.

Quando se requerer grande exacçaõ no Calculo, applicaremos as correcções provenientes da ellipticidade da Terra, tanto ás alturas observadas, como á Latitude; o que faremos facilmente servindo-nos das taboas calculadas, e já publicadas para este mesmo fim.

Tomando alturas do mesmo Astro, já por diante, já de revez, a differença entre as primeiras, e o supplemento das segundas, (supponde-as feitas no mesmo instante) deverá ser o duplo da inclinaçaõ horizontal na Esfera, e na Ellipse; e a semi-somma das mesmas quantidades o complemento da distancia do Astro ao Zenith verdadeiro.

Quando as primeiras, e segundas observações naõ forem simultaneas, reduzem-se a que o sejaõ, e assim teremos hum meio pratico, ou para facilmente determinarmos a inclinaçaõ do horizonte, qualquer que seja a figura da terra, e a grandeza da refracçaõ horizontal; ou para podermos prescindir da mesma inclinaçaõ; bem como tomando alturas que ora sejaõ do limbo inferior, ora do superior de qualquer Astro, podemos tambem prescindir da correcçaõ do semi-diametro do mesmo Astro.

NOTA GERAL.

Por hum modo semelhante obraremos a respeito dos Eclipses dos Planetas pela Lua: mas como nos Eclipses Solares a obscuridade da Lua naõ permitte que se observe a altura deste Astro, passaremos a dar os meios de occorrer a este incoveniente, na seguinte

PARTE II.

Determinar a Longitude por meio dos Eclipses do Sol,
ou
Das cinco cousas, Altura do Sol, seu Angulo horario, Distancia polar, e Ascensaõ recta, com a Latitude do navio, dadas tres, e demais a Longitude estimada com os instantes dos dous contactos, determinar a Longitude verdadeira.

PRE-

PREPARAÇAÕ.

Seja E o lugar do Sol (Fig. 1.), e tudo o mais o mesmo que em o n.° IV. da Parte I.

SOLUÇAÕ.

I.

No triangulo EPZ, tudo se conhece.

II.

Com a hora, e Longitude estimada, poderemos extrahir o lugar da Lua, ou das referidas Taboas Astronomicas, ou das Ephemerides; e deste modo ficaraõ conhecidos PL, e angulo ZPL, com o que se pode, 1.° determinar a altura verdadeira; 2.° deduzir desta a correspondente altura apparente.

III.

Achadas assim as alturas apparentes, e verdadeiras dos dous Astros com a sua Distancia apparente, claro fica o que se deve praticar para obter a distancia verdadeira, e desta concluir a Longitude do navio.

IV.

Quando a Longitude calculada differir muito da estimada, repetir-se-ha o mesmo calculo, supponde estimada a Longitude calculada, e deste modo acharemos huma segunda Longitude, cuja differença com a primeira mostrará se a devemos tomar por verdadeira, ou tornar a repetir o calculo.

V.

O mesmo calculo praticado na Immersaõ, se vai ao mesmo tempo praticando com a Emersaõ; o meio arithmetico dos dous resultados será a Longitude, que deveremos julgar verdadeira.

VI.

Havendo Immersaõ, e Emersaõ dos dous limbos, teremos

remos quatro reſultados, cuja ſomma devidida por 4 repreſentará a longitude procurada.

NOTAS.

1.ª Suppondo haver 1.° ou $0^h\ 4'$ de erro na Longitude, e hora de bordo, como a Lua muda pouco mais ou menos 33′ em Longitude por hora, e 3′ em Latitude, o lugar deſte Aſtro póde ſer conhecido com a approximação de 2′,2 em Longitude, e 0′,2 em Latitude: eſtes meſmos erros vindo a influir ſómente na altura da Lua, e ſendo pouca a dependencia que a diſtancia verdadeira tem das alturas dos Aſtros, na maior parte das circunſtancias ordinarias deſtas obſervações, como veremos melhor em outro lugar, ſegue-ſe que muitas vezes o erro da altura ſerá menor do que aquelle que ſe teria obſervando-a immediatamente, ao menos ſegundo os dictames da boa probabilidade; mas ainda quando eſte erro foſſe algum tanto maior, aſſim meſmo deve a diſtancia verdadeira ſahir pouco alterada; logo muito raras vezes ſe carecerá de repetir o calculo; ainda menos de o repetir duas vezes.

2.ª Conhecida a Longitude, e Latitude da Lua, para ter PL ſua diſtancia polar, e LPE differença das aſcenſões rectas da Lua, e Sol, ſerá preciſo paſſar da Longitude para a Declinaçaõ, e Aſcenſaõ recta pelo modo ordinario.

3.ª He evidente; que o reſultado deſte Calculo deve ſer tanto mais provavelmente exacto, quanto menor fôr a influencia do erro no angulo horario ſobre a altura da Lua.

4.ª A pequena differença, que deve haver entre eſta altura, e a do Sol, he mais hum meio de inducçaõ, que nos fará conhecer a exacçaõ dos elementos empregados no Calculo da meſma altura.

5.ª Poderiamos tambem tirar das Taboas, ou das Ephemerides, ſó a diſtancia polar PL; depois tendo notado qual dos Aſtros eſtá mais alto, chamar x a diſtancia verdadeira LE, e della deduzir LPE, que diminuido de EPZ daria LPZ; ora com LPZ, PL, e PZ, determinariamos LD altura verdadeira; e tendo achado a razaõ geral entre as alturas verdadeiras, e apparentes, viriamos no conhecimento da altura apparente que deve correſpon-
der-

der-lhe; finalmente com as alturas, e diſtancia apparente calculariamos a diſtancia verdadeira, que igualada a x faria conhecer o meſmo x, e logo a Longitude: mas eſte methodo ſeria longo, e difficil na maior parte dos caſos, e por iſſo ſómente digno de ſer empregado quando as circunſtancias d'alguns delles o modificaſſem conſideravelmente.

6.ª Segue-ſe dar outro methodo, que por mais facil julgamos preferivel, quando as obſervações a que elle obriga poſſaõ ſer praticadas: conſiſte em obſervar, durante o Eclipſe, differentes alturas dos pontos communs aos diſcos dos dous Aſtros, e deſtas deduzir a altura dos pontos do contacto; por meio ou das proporções, ou das interpolações: ora com a altura obſervada do centro do Sol, e com a do ponto do contacto, he facil obter a do centro da Lua, viſto que os dous centros, e o ponto do contacto devem eſtar na meſma linha; e aſſim ficaremos reduzidos a hum calculo abſolutamente identico ao dos Eclipſes das Eſtrellas.

He facil ter a altura do centro da Lua, conhecendo a do centro do Sol, e a do ponto do contacto, porque imaginando ſer O o ponto do contacto, GO a ſua altura, e BAE o almicantarath que paſſa por E; os triangulos AEO, BEL, attendida a ſua pequena grandeza, poderaõ ſer julgados rectilineos, e ſemelhantes: por tanto chame-ſe D o ſemi-diametro do Sol, d o da Lua, D' a differença de OG a FE, e d' a de LD ſobre o meſmo FE; teremos $D : D' :: D + d : d'$, donde ſe tira $d' = D' + \frac{D'd}{D}$: a difficuldade que poderá oppor-ſe a eſta indagaçaõ conſiſte em o modo de conhecer d, mas he ella tal, que ſe aniquilla por ſi meſma.

Se quizeſſemos achar o meſmo d' empregando meios mais exactos, recorreriamos aos triangulos ZOE, ZLE, que tem de commum o angulo ZEO, e o lado ZE; de mais em ZOE conhecemos, ZO $= 90° -$ OG, ZE $= 90° -$ EF, e OE $=$ D; fazendo pois ZO $= a$, ZE $= b$, ZL $= x$, acharemos:

$$1.° \quad \text{Coſ.}\ ZEO = \frac{\text{Coſ.}\ a - \text{Coſ.}\ D \times \text{Coſ.}\ b}{\text{Sen.}\ D \times \text{Sen.}\ b}$$

$$2.° \quad \text{Coſ. ZEO} = \frac{\text{Coſ.}\ x - \text{Coſ.}\ b \times \text{Coſ.}\ (D+d)}{\text{Sen.}\ b \times \text{Sen.}\ (D+d)}$$

Logo

$$\frac{\text{Cos.}\,a - \text{Cos.}\,b \times \text{Cos.}\,D}{\text{Sen.}\,b \times \text{Sen.}\,D} = \frac{\text{Cos.}\,x - \text{Cos.}\,b \times \text{Cos.}\,(D+d)}{\text{Sen.}\,b \times \text{Sen.}\,(D+d)}$$

$$\text{Cos.}\,x = \frac{\text{Cos.}\,a \times \text{Sen.}\,(D+d)}{\text{Sen.}\,D}\left(1 - \frac{\text{Cos.}\,b \times \text{Sen.}\,d}{\text{Cos.}\,a \times \text{Sen.}\,(D+d)}\right)$$

fazendo $\frac{\text{Cos.}\,b \times \text{Sen.}\,d}{\text{Cos.}\,a \times \text{Sen.}\,(D+d)} = \text{Cos.}^2\,y$, sahe

$$\text{Cos.}\,x = \frac{\text{Cos.}\,a \times \text{Sen.}\,(D+d) \times \overline{\text{Sen.}}^2\,y}{\text{Sen.}\,D}$$

Q. E. F.

Reflexaõ sobre o Calculo de todos os Eclipses mencionados.

Conhecendo a Longitude estimada, a Latitude verdadeira, e os instantes dos contactos, poderemos tambem determinar a Longitude verdadeira, calculando

1.° As distancias polares dos dous Astros para os instantes dos contactos.

2.° O angulo horario de cada hum delles para os mesmos instantes.

3.° As alturas verdadeiras; visto serem já conhecidas, a Latitude, Distancia polar, e Angulo horario.

4.° As alturas apparentes, applicando ás verdadeiras as correcções do costume, mas em sentido contrario.

5.° A distancia apparente dos centros.

6.° A distancia verdadeira dos mesmos centros, e logo a Longitude do Navio.

Q. E. F.

CONCLUSAÕ.

Taes saõ as idéas que nos propozemos desenvolver na presente memoria, e que effectivamente reduzem o calculo dos Eclipses das Estrellas, Sol, e mais Planetas, pela Lua, ao calculo das distancias taõ conhecido já, e taõ praticado: ora á vista do que fica exposto, faz-se tambem evidente qual deve ser o modo de achar huma distancia apparente, conhecida a verdadeira; e logo quando deve principiar, acabar, &c. qualquer dos referidos Eclipses; assim nada mais nos resta do que satisfazer ao que enunciamos em outro lugar, dando agora circunstanciados exemplos do mesmo calculo das distancias, considerado em todas as diversas circunstancias que podem occorrer nestas observações.

Em outras Ephemerides faremos sobre este calculo da Longitude huma analyse semelhante á que já praticamos nas de 1796 sobre o da Latitude; a qual sirva, assim como a precedente, para pôr os curiosos em estado de conhecerem as circunstancias mais proprias para observações desta especie, e o grão de confiança que devem dar aos seus resultados, segundo as regras da melhor probabilidade: oxalá que os nossos trabalhos sejaõ taõ uteis quanto imaginamos; ao menos seraõ elles mais huma prova incontestavel do muito que apetecemos poder, dentro da nossa Esfera, mostrar quanto vivemos certos em que

Ille potens sui
Laetusque deget, cui licet in diem
Dixisse, Vixi.

CALCULO DA LONGITUDE

Pelo methodo de M. de Bordá.

INTRODUCÇAÕ.

O que menos idéas tem de Geometria concebe claramente, que para se conhecer o lugar de hum ponto em qualquer superficie, he necessario ou conhecer as suas distancias a outros dous pontos fixos tomados sobre a mesma superficie, e saber para que lado ellas cahem, relativamente á linha que une os mesmos pontos; ou o que he mais facil, e commum, conhecer a grandeza, e posiçaõ das distancias do ponto procurado a duas linhas fixas existentes na mesma superficie, e cuja posiçaõ seja dada; daqui vem que a determinaçaõ do lugar de qualquer navio depende inteiramente de serem conhecidas as grandezas, e denominações das suas respectivas Latitude, e Longitude; logo toda a difficuldade de achar este lugar deve consistir na de medir as ditas Latitude, e Longitude.

Ora a difficuldade, que se póde encontrar em fazer qualquer medida exactamente, he por assim dizer, o aggregado das difficuldades parciaes provenientes, do instrumento com o qual se mede, do objecto que deve ser medido, da escolha das partes que mais propriamente pódem ser medidas no mesmo objecto, e em fim da maneira, com que das quantidades medidas deveremos deduzir aquella que pertendemos determinar.

A Barquinha, ainda mesmo depois de aperfeiçoada por M. Bouguer, e as Agulhas, tanto Asimuthal, como de marear, meios geralmente empregados nas derrotas chamadas de estima, saõ justamente as mais defeituosas maneiras de determinar a Longitude, e Latitude no mar: o seu defeito, em quanto á determinaçaõ da Latitude, he menos conhecido por causa das correcções continuas tiradas das observações das alturas meridianas; naõ succede o mesmo pelo que pertence á Longitude; a maior difficuldade deste Calculo o tem feito menos commum; alguns nem o praticaõ; outros depois de o praticarem naõ o empregaõ; outros em fim até o censuraõ de superfluo, e mesmo de impossivel a bordo, tanto pela difficuldade das observações, como pelo tempo que exige; nada menos se devia esperar da ignorancia: mas no em tanto os erros diariamente accumulados sobre a Longitude faziaõ, que os Navios Inglezes, onde semelhante gente navegava, chegassem ás Indias Occidentaes com mais de 8, e 10 gráos de erro nas suas Longitudes; os Francezes em menos de seis semanas tinhaõ de erro 6.°; e os nossos naõ ficaõ inferiores aos precedentes, nem he possivel que o sejaõ: faltas de saberem o calculo das Longitudes tem posto guarnições inteiras nos riscos mais apertados; já naõ fallo na demora das viagens, nas horriveis consequencias destas demoras quando saõ excessivas, na vergonhosa dependencia em que alguns navios se tem achado de que outros mais habeis lhes digaõ o lugar onde estaõ; fallo sim de que muitas vezes a perda de hum navio, das riquezas que elle encerra, e o que he mais, das preciosas vidas de tantos, e taõ uteis entes que o guarnecem, póde, deve ser, e tem sido, produzida pela falta destes conhecimentos.

Taes fóraõ os motivos que em 1598 determináraõ Filippe III a propôr hum premio para aquelle que descobrisse meios de obter a Longitude no mar com huma certa exacçaõ; os Estados de Hollanda pouco depois fizeraõ outro tanto; o Parlamento de Inglaterra em 1714 chegou este premio a 180000 cruzados, e desde entaõ estabeleceu o celebre tribunal das Longitudes, cujo unico objecto assás se deixa vêr pelo seu mesmo titulo. O Duque d'Orleans, Regente da França, tambem propoz 40000 cruzados de premio áquelle que resolvesse o mesmo Problêma com a exacçaõ pedida: em fim, como diz M. de la Lande, « la recherche des Longitudes en mer attira toujours l'attention des puissances, aussi bien que celle des sçavans. »

De mais, se em outro tempo a Naçaõ Portugueza, adiantando os conhecimentos relativos ás Sciencias Navaes, affrontou os maiores perigos, surcou taõ diversos, e desconhecidos mares, e marcando os baxos destes com as quilhas de preciosos navios, levou as suas armas além das portas do Oriente, dominou o mais dilatado Imperio, possuio o Commercio Oriental da Europa, atrazou os rapidos progressos da invasaõ dos Turcos nesta parte do Mundo, que habitamos, e ensinou as outras Nações Européas a estrada, o canal incognito, por onde conduzindo as immensas riquezas Orientaes, vieraõ a mudar tanto as suas rela-

relações diversas, que estas Nações mesmas saõ agora nossos superiores taõ decididamente até nos referidos conhecimentos nauticos; e já que nenhuma difficuldade pode haver para ao menos chegarmos ao nivel dos outros, em quanto ao saber; seja isto para nós mais huma razaõ, que faça aniquilar de huma vez esta affrontosa retrogradaçaõ, determinando-nos a esforçar-nos inteiramente, se naõ por adquirir de novo huma superioridade talvez impossivel, ao menos por naõ lhes sermos taõ inferiores, que de nossa propria vontade abandonemos os mais seguros, e já descobertos meios de navegar.

Embora digaõ os menos habeis, que nossos Avôs sem estes meios completáraõ as grandes navegações que tanto illustráraõ a Naçaõ Portugueza, e que muitos hoje mesmo com a simples derrota de estima, e observaçaõ da Latitude, vaõ aonde querem: se algumas vezes a Natureza uniforme em suas mesmas variações, compensando com a igualdade destas a igualdade dos erros commettidos em as derrotas de estima, faz que semelhantes derrotas conduzaõ alguns ao porto que demandaõ; naõ resta ainda indagar, como chegaõ, quantas vezes naõ chegaõ, e que lhes succede quando huma grande mudança de circunstancias naõ compensando, antes sim augmentando os seus erros, os reduz a naõ saber em que lugar navegaõ? Os nossos antepassados usavaõ bem pouco até da observaçaõ da Latitude, e por isso que viagens faziaõ! Quando olhos amigos da verdade as chegaõ a comparar com as actuaes, vendo quantos prejuizos, e desgraças entaõ produzia a falta dos conhecimentos pertencentes á Marinha, especialmente os da Navegaçaõ; notando a brevidade, e segurança com que o progresso destes faz hoje completar aquellas mesmas nesse tempo longas, e artiscadissimas viagens; poderá o seu coraçaõ deixar de inflammar-se com a utilidade real annexa ao adiantamento destas Sciencias, e naõ olhar com olhos de commiseraçaõ para alguns que o rodêaõ negando a sua precizaõ, quando até dellas mesmo estaõ assás dependentes, e talvez ignorando que este he o estado em que existem?

He certo, que o calculo da Longitude vai sendo muito praticado entre nós; mas que obstaculos ainda experimenta da parte dos menos habeis? Elles fazem gemer a humanidade, todavia os gritos desta devem apparecer com todo o horror que me he possivel transmittir-lhes, porque

que tanto merecem; e a vaidosa ignorancia, ou se confunda, ou por vergonha emmudeça, ou se até lhe falta esta virtude, manifeste-se publicamente; eis-aqui a graça especial que me resta pedir-lhe: no em tanto concluirei o presente paragrafo, dizendo, que a hum só dos nossos Pilotos, entre todos aquelles, cujas derrotas tem sido apresentadas á Academia Real das Sciencias, e que eu tenha visto, a hum só, torno a dizer, occorreu a curiosidade de comparar, sobre a carta da sua viagem, a derrota estimada com a correcta, e deduzida das observações; a estrema differença das duas lhe fez abandonar a primeira, para sómente se ir servindo da segunda, com o que chegou salvo ao porto para onde se dirigia: que demoras pelo menos, e que conjecturas seria obrigado a fazer, se escolhesse as avessas?

Fica pois evidente a precisaõ de desconfiar da derrota estimada, e de procurar outras guias melhores que nos dirijaõ no mar; ora como além dos relogios de Longitude, cuja admiravel exacçaõ, inverosimil antes da celebre invençaõ de Huygens, pareceo taõ difficil ao grande Newton, e por isso tanto mais honra faz aos seus inventores, Harrison, Berthoud, le Roy, e Arnold, especialmente ao primeiro, que obteve o premio promettido pelo Parlamento Inglez; como além destes relogios, novamente digo, nos Ceos he que devemos procurar os mencionados guias, fez-se necessario achar instrumentos com os quaes podessemos medir exactamente as distancias angulares dos Astros: o Astrolabio, a Balestilha, e o Quarto Inglez, nada valem, e mesmo desapparecêraõ já com a invençaõ dos instrumentos de reflexaõ, de modo que reduzidos a abraçar esta ultima classe de instrumentos geralmente preferida, e digna de o ser, nada nos resta a respeito da sua escolha; unicamente devemos applicar-nos a saber o uso delles, e aperfeiçoallos se nos fôr possivel: em outro lugar trataremos da primeira parte; em quanto á segunda remettemo-nos por ora ao segundo Tomo das Memorias de Mathematica, e Fysica da Academia Real das Sciencias, onde se poderáõ ver as nossas reflexões sobre esta importante materia.

Segue-se fallarmos dos objectos, cujos movimentos devem ser observados a bordo para delles se deduzir a Latitude, e Longitude: da Latitude assás se conhece, e assás tenho já dito nas Ephemerides precedentes, passemos pois ás Longitudes.

Os

Os tiros, e bombas de Wiſthon, as durações dos dias, e as variações da Agulha, ſaõ meios que a razaõ, e experiencia moſtraõ poucos dignos de uſo; os Eclipſes das Eſtrellas, Sol, e mais Planetas pela Lua, Phenomenos celeſtes, cuja obſervaçaõ he a mais exacta, e importante, ſaõ raros; os da Lua raros, e menos exactos; os dos Satellites de Jupiter nem ſaõ muitos frequentes, nem ordinariamente ſe podem obſervar bem a bordo por cauſa dos balanços do navio, ainda meſmo uſando da cadeira de Irwin: portanto os dous meios unicos que nos reſtaõ vem a ſer, 1.° os relogios de Longitude, cuja pratica he extremamente facil; porém o preço, grande a reſpeito das forças do commum, naõ permitte a todos o ſeu uſo; de mais ſempre carece de outro methodo ſeguro, para que ſendo comparado com elle determine o grão de confiança que nos deve merecer: aſſim faz-ſe preciſo recorrer ao 2.° methodo, mais amplo, poſto que de menos facil pratica; o mais empregado já, graças ás fadigas dos célebres Newton, d'Alembert, Clairaut, Euler, Mayer, de la Grange, e outros, que tanto o procuraraõ ſimplificar, e fazer digno de crédito; bem ſe entende que fallo das diſtancias lunares ſucceſſivamente recommendadas, deſde 1514, por Werner, Gemma Friſius, Kepler, Blundevil, Morin, Flamſteed, Halley, la Caille, Monnier, Maskelyne, la Lande, e mais diſtinctos ſábios; por Bordá, Cook, Fourneaux, d'Agelet, Rochon, e mais navegantes peritos, e experimentados; pela Sociedade Real, e Tribunal das Longitudes de Londres; pela Academia Real das Sciencias de Pariz; e em fim por quantos ſe intereſſaõ na perfeiçaõ dos conhecimentos uteis, que formaõ o bem da humanidade.

Em quanto á eſcolha dos Phenomenos, que devem ſer obſervados, tem-ſe igualmente aſſentado, que ſejaõ as alturas do Sol, ou Eſtrellas, e da Lua, com a diſtancia apparente dos dous Aſtros, tudo para o meſmo inſtante; repetindo eſtas obſervações algumas vezes, a fim de poder conſeguir huma obſervaçaõ media, cuja probabilidade de exacçaõ ſeja maior; e reduzindo-as a ſerem ſimultaneas, quando o naõ fôrem, como melhor ſe verá no calculo pratico dos exemplos.

Ultimamente para que ſe conheçaõ os diverſos modos como que varios Autores modificaõ o calculo, por cujo meio deduzem a diſtancia verdadeira, e ſeu tempo correſpondente, aſſim no primeiro meridiano, como em o do navio, enviamos, os que ſouberem Inglez, ao Guia dos Navegantes Inglezes, e Taboas eſcolhidas de M. Maskelyne; ao LIV volume das Tranſacções Filoſoficas; ao Almanach Nautico de 1767; á explicaçaõ das grandes Taboas Inglezas, mandadas publicar por ordem do Tribunal das Longitudes, e calculadas por Witchell, Lyons, Parkiſon o moço, e Williams; as obras de Adams, Emerſon, Wilſon, Waddington, Makay, e outros: os que pertenderem vêr o meſmo nos livros Francezes, poderáõ encontrar tudo nos ſeguintes: Aſtronomia dos Navegantes; Curſo Mathematico de Bezout; Taboas Logarithmicas de Gardiner, ediçaõ de Callet; Deſcripçaõ, e uſo do Circular pelo Cavalheiro de Bordá; Viagem ſobre a Flora, pelo meſmo; Theoria, e Prática das Longitudes, por M. Charnieres; Guia do Navegante por M. Levêque; Navegações de Dulague, e Bouguer da ediçaõ de la Caille; Expoſiçaõ do Calculo, e Aſtronomia de la Lande; Arte da Marinha por M. Rome; Collecçaõ de varios tratados ſobre inſtrumentos Aſtronomicos, e Fyſicos por Magalhens; e nos conhecimentos de tempos para os annos 1775, 1778, 1779, e 1780: aos que ſó entenderem Portuguez, além da Navegaçaõ de Bezout já traduzida, onde com effeito naõ vem o melhor methodo, e das Ephemerides para o o anno 1789, deſtinamos os ſeguintes eſpecificados exemplos do Calculo da Longitude ſegundo o methodo de M. de Bordá, o mais commum de todos os deſte genero, e porque a ſua demonſtraçaõ ainda naõ exiſte impreſſa em Portuguez, e naõ he juſto demoremos mais a perfeita intelligencia deſte methodo áquelles que pertendendo-a, naõ a poſſaõ conſeguir por ignorancia do Idioma Francez, daremos primeiro a dita demonſtraçaõ: os práticos podem omitilla, paſſando a vêr logo a ſerie do calculo que conſtitue o todo dos exemplos.

DEMONSTRAÇAÕ.

1. Supponha-ſe o raio igual á unidade, e repreſente-ſe por $\int$ o ſeno, c o coſeno, t a tangente, t' a cotagente de qualquer arco.

2. Sejaõ m e n dous arcos, teremos

$$c\,(m+n) = c\,m \,.\, c\,n - \int m \,.\, \int n$$
$$c\,(m-n) = c\,m \,.\, c\,n + \int m \,.\, \int n$$

Logo

$$c(m-n) - c(m+n) = 2\int m . \int n$$

fazendo $m - n = q$, $m + n = p$, teremos

$$c\,q - c\,p = 2\int \tfrac{1}{2}(p+q) . \int \tfrac{1}{2}(p-q)$$

de sorte que sendo $b = 0$, ou $c\,q = 1$, teremos

$$1 - c\,p = 2\int^2 \tfrac{1}{2}\,p$$

3. Recordemo-nos tambem de que, 1.° em qualquer triangulo esferico rectangulo, o raio he para o coseno de hum dos angulos obliquos, como a tangente da hypothenusa, para a tangente do lado do angulo recto adjacente ao mesmo angulo obliquo: 2.° em qualquer triangulo obliquangulo, a perpendicular baxada do vertice de hum angulo sobre o lado seu opposto, devide este lado em dous segmentos, cujos cosenos saõ proporcionaes aos cosenos dos outros dous lados.

4. Imaginemos agora, que M H O N represente o horizonte (Fig. 2.), M Z P N o meridiano, Z o zenith, P o pólo, S', e L' os lugares apparentes do Sol, ou Estrella, e da Lua; SO, S'O as alturas verdadeira, e apparente do Sol, ou Estrella; LH, e L'H as alturas verdadeira, e apparente da Lua; L'S', e LS as distancias apparente, e verdadeira dos dous Astros observados; e faça-se $SO = a$, $S'O' = a'$, $HL = b$, $H'L' = b'$, $L'S' = d'$, $LS = x$.

5. Baxando de S' o arco de circulo maximo QS' perpendicular a L'Z, chame-se QZ y; e teremos no triangulo rectangulo QZS', $1 : cZ :: t\,ZS' = t'a' : t\,y = cZ . t'a'$, ora $cZQ : cQL' :: cZS' : cL'S'$, ou $c\,y : c(90-(b'+y)) = \int(b'+y) :: \int a' : c\,d'$; logo $c\,y : \int b' . c\,y + \int y . c\,b' :: \int a' : c\,d'$, ou $1 : \int b' + c\,b' . t\,y :: \int a' : c\,d'$, donde se tira $c\,d' = \int a' . \int b' + \int a' . c\,b' . t\,y$; substituindo por $t\,y$ o seu valor achado teremos $c\,d' = \int a' . \int b' + c\,a' . c\,b' . cZ$ donde resulta, $cZ = \dfrac{cd' - \int a' . \int b'}{ca' . cb'}$; por hum modo semelhante acharemos no triangulo LZS, $cZ = \dfrac{cx - \int a . \int b}{ca . cb}$.

6. Logo $\dfrac{cd' - \int a' . \int b'}{ca' . cb'} = \dfrac{cx - \int a . \int b}{ca . cb}$, $1 + \dfrac{cd' - \int a' . \int b'}{ca' . cb'} =$

$1 + \dfrac{cx - \int a . \int b}{ca . cb}$, $\dfrac{ca' . cb' - \int a' . \int b' + cd'}{ca' . cb'} = \dfrac{ca . cb - \int a . \int b + cx}{ca . cb}$, $\dfrac{c(a'+b') + cd'}{ca' . cb'} = \dfrac{c(a+b) + cx}{ca . cb}$; fazendo $a' + b' + d' = \sigma$, teremos $\dfrac{2\int \frac{1}{2}\sigma . \int \frac{1}{2}(\sigma - d')}{ca' . cb'} = \dfrac{c(a+b) + cx}{ca . cb}$, donde sahe

$c\,x = \dfrac{2\,ca . cb}{ca' . cb'} \times \int \tfrac{1}{2}\sigma . \int \tfrac{1}{2}(\sigma - d') - c(a+b)$, daqui resulta

$1 - c\,x = 1 + c(a+b) - \dfrac{2\,ca . cb}{ca' . cb'} \times \int \tfrac{1}{2}\sigma . \int \tfrac{1}{2}(\sigma - d')$, e

$2\int^2 \tfrac{1}{2} x = 2\,c^2 \tfrac{1}{2}(a+b) - \dfrac{2\,ca . cb}{ca' . cb'} \times \int \tfrac{1}{2}\sigma . \int \tfrac{1}{2}(\sigma - d')$, o que

dá $\int^2 \tfrac{1}{2} x = c^2 \tfrac{1}{2}(a+b) - \dfrac{ca . cb}{ca' . cb'} \times \int \tfrac{1}{2}\sigma . \int \tfrac{1}{2}(\sigma - d') =$

$c^2 \tfrac{1}{2}(a+b) \left(1 - \dfrac{ca . cb . \int \frac{1}{2}\sigma . \int \frac{1}{2}(\sigma - d')}{ca' . cb' . c^2 \frac{1}{2}(a+b)}\right)$: em fim suppondo $\dfrac{\sqrt{\dfrac{ca . cb . \int \frac{1}{2}\sigma . \int \frac{1}{2}(\sigma - d')}{ca' . cb'}}}{c \frac{1}{2}(a+b)} = \int z$ (A), teremos

$\int^2 \tfrac{1}{2} x = c^2 \tfrac{1}{2}(a+b)(1 - \int^2 z) = c^2 \tfrac{1}{2}(a+b) . c^2 z$, e logo

$\int \tfrac{1}{2} x = c\,z . c \tfrac{1}{2}(a+b)$. (B).

Q. E. D.

7. Seja agora proposto achar o angulo horario ZPS, dados PS, PZ, e ZS; conservando as mesmas denominações, e fazendo $PS = d$, $PN = l$, Ang. $ZPS = h$, teremos (5) $c\,h = \dfrac{\int a - \int l . cd}{\int d . cl}$, $1 - c\,h = \dfrac{\int(l+d) - \int a}{\int d . cl}$, e

$\int^2 \tfrac{1}{2} h = \dfrac{\int \frac{1}{2}(l+d-a) . c \frac{1}{2}(l+d+a)}{\int d . cl}$ (C), donde fazendo

$+ d + a = \int'$, sahe $\int^2 \tfrac{1}{2} h = \dfrac{c \frac{1}{2}\int' . \int(\frac{1}{2}\int' - a)}{\int d . cl}$. (C')

Q. E. D.

8. Seja em fim proposto, com os dados PZ, PS, e Ang. P, achar SO.

Temos $\int a = \int l . c d + \int d . cl . c b = \int l . c d \,(1 + t d . t' l . cb)$, e fazendo $t d . t' l . c b = c y$, virá $\int a = 2 \int l . c d . c^2 \tfrac{1}{2} y$. (D)

Tambem poderemos reduzir a primeira equaçaõ a $\int a = \int l\,(cd + \int d . t' l . cb)$; e conforme fizessemos $t' l . c b = t x$, ou $t' y$, assim teriamos $\int a = \frac{\int l . c\,(d \backsim x)}{c x}$, ou $\int a = \frac{\int l . \int (d + y)}{\int y}$. (E)

Se praticassemos com d o mesmo, que se fez a respeito de l, teriamos $\int a = c d\,(\int l + c l . t d . c b)$, onde fazendo $t d . c b = t y$, ou $t' u$, viria $\int a = \frac{c d . \int (l + y)}{c y}$, ou $\int a = \frac{c d . c\,(l \backsim u)}{\int u}$. (F)

Se em lugar das tres soluções precedentes quizessemos empregar a de M. de Bordá, principiariamos reduzindo a primeira equaçaõ a

$\int a = \int l . c d + \int d . c l\,(1 - 2 \int^2 \tfrac{1}{2} b) = \int (l + d) - 2 \int d . cl . \int^2 \tfrac{1}{2} b$; e logo $1 - \int a = 1 - \int (l + d) + 2 \int d . c l . \int^2 \tfrac{1}{2} b$, ou $1 - c(90 - a) = 1 - c\big(90 - (l + d)\big) + 2 \int d . cl . \int^2 \tfrac{1}{2} b$, ou $\int^2 \tfrac{1}{2} (90 - a) = \int^2 \tfrac{1}{2} \big(90 - (l + d)\big) + \int d . c l . \int^2 \tfrac{1}{2} b$, fazendo agora $\frac{\int \tfrac{1}{2} b \sqrt{\int d . c l}}{\int \tfrac{1}{2} \big(90 - (l + d)\big)} = t m$, teremos $\int^2 \tfrac{1}{2} (90 - a) = \int^2 \tfrac{1}{2} \big(90 - (l + d)\big)(1 + t^2 m)$; ora $1 + t^2 m = \overline{sec.}^2 m = \frac{1}{c^2 . m}$, logo $\int^2 \tfrac{1}{2} (90 - a) = \frac{\int^2 \tfrac{1}{2} \big(90 - (l + d)\big)}{c^2 m}$, donde

$\int \tfrac{1}{2} (90 - a) = \frac{\int \tfrac{1}{2} \big(90 - (l + d)\big)}{c m}$. (G).

Q. E. D.

CAL-

CALCULO PRATICO.

Advertimos, que em quanto pertence a este artigo, seguimos ao illustre M. de Bordá por naõ conhecermos methodo que seja melhor; mesmo no que diz respeito ao modo de o tratar, imitaremos o que este celebre Author escreve na sua descripçaõ do Circular.

I.º Exemplo.

Calculo das observações de Longitude, sendo estas Distancias da Lua ao Sol, e feitas por tres Observadores.

Em 19 de Maio de 1797, ás $9^h\ 30'$ da manhãa, navegando em $40^\circ\ 20'$ de Latitude Norte, e $3^\circ\ 50'$ de Longitude estimada a Oeste de Lisboa, tres observadores fizeraõ as seguintes observações de distancias da Lua ao Sol, e das alturas dos mesmos Astros sobre o horizonte.

Alt.	obf. ☉		Alt.	obf. ☾		Dist.	obf. ☉-☾	
51°	55′	30″	22°	19′	0″	85°	7′	50″
52	7	0	22	11	0	85	7	20
52	23	45	21	59	20	85	6	40

As observações das alturas foraõ feitas por diante, e em 15 pés francezes de elevaçaõ sobre a superficie do mar; naõ ha nem desviaçaõ, nem falta de parallelismo, nem erro de instrumento a que attender, nem taõ pouco se precisa considerar a figura ellipsoide da Terra, e differença da temperatura da atmosfera (1). Pede-se a Longitude do Navio concluida destas observações.

Regras.

1. Reduzi as distancias a huma só, media entre todas; o mesmo ás alturas; e as observações medias assim deduzidas sejaõ consideradas como simultaneas.
2. Extrahi das Ephemerides a parallaxe horizontal,

(1) Nas Ephemerides de 1799 daremos hum exemplo, que mostre o modo de attender a estas differentes circunstancias.

e

e ſemi-diametro da Lua, com o ſemi-diametro do Sol, tudo para o inſtante das obſervações medias contado no meridiano de Lisboa.

3. Conhecidos os precedentes elementos do Calculo, determinai a diſtancia apparente dos centros dos dous Aſtros, com as alturas apparentes, e verdadeiras de cada hum delles.

4. Calculai immediatamente a diſtancia verdadeira dos centros por meio das fórmulas A, B, (Demonſt. n. 6).

5. Da diſtancia calculada deduzi a hora, que em Lisboa lhe deve correſponder.

6. Extrahi das Ephemerides a Diſtancia Polar do Sol para a hora precedente; com eſta, com a Latitude dada, e com a altura verdadeira do centro do Sol, paſſai a determinar a hora de bordo no inſtante da obſervaçaõ, fazendo para iſto uſo da fórmula C′ (Demonſt. n. 7.).

7. Achai a differença entre as horas de Lisboa, e de bordo; depois convertendo eſta differença em gráos, tereis a Longitude procurada.

Execuçaõ das Regras precedentes.

I. PARTE.

Reducçaõ das obſervações dadas a tres ſimultaneas.

Dividi as ſommas das obſervações homogeneas pelo numero das meſmas obſervações, e tereis.

Altura media obſ. do limb. { inferior do Sol	,,	52°	8′	45″
Altura media obſ. do limb. { ſuperior da Lua	,,	22	9	47
Diſt. media obſerv. dos limb. do Sol, e Lua	..	85	7	17

II. PARTE.

Parallaxe horizontal da Lua, e ſemi-diametros da Lua, e Sol, extrahidos das Ephemerides.

Para a Parallaxe da Lua note-ſe, que a bordo eraõ 9^h 30′ da manhãa, e que o navio eſtava 5° 50′ a Oeſte de Lisboa; logo em Lisboa contava-ſe 9^h 45′ 20″ da manhaã do dia 19 de Maio, que reduzido a tempo Aſtronomico dá 18 de Maio ás 21^h 45′ 20″: aſſim procurando a

a parallaxe da Lua para eſta Epocha, acharemos.. 54′ 56″
Diminuindo-lhe a correcçaõ correſpondente a 40° 20′ de Latitude N. dada pela Taboa pag. 103 6″
Teremos a parallaxe horizontal pedida ...... 54′ 50″
Acharemos tambem, que o ſemi-diametro da Lua para a meſma hora he .... 14′ 58″
Ajuntando-lhe o augmento para 22° de altura tirado da meſma Taboa ....., 6
Teremos ſemi-diametro correcto da Lua igual a 15′ 4″
Teremos finalm. ſemi-diam. do Sol para 19 Maio 15 51

III. PARTE.

Diſtancia apparente, Alturas apparentes e verdadeiras, dos Centros de cada hum dos Aſtros.

Diſtancia obſervada dos Limbos	85°	7′	17″
Ajuntando o ſemi-diametro do Sol		15	51
E o ſemi-diametro correcto da Lua		15	4
Teremos Diſtancia apparente dos Centros	85°	38	12
Altura obſerv. do limbo inf. do Sol.	52	8	45
Inclinaçaõ do horizonte para 15 P de altura.		3	58
Reſta Alt. apparente do limbo inf. do Sol. ..	52°	4′	47″
Semi-diametro		15	51
Altura ap. do centro do Sol	52	20	38
Ou mais ſimplesmente	52	20	40*
Refracçaõ menos parallaxe			40
Altura verdadeira do centro do Sol	52	20	00*
Altura obſ. do limbo ſuperior da Lua	22	9	47
Inclinaç. do horiz. para 15 P		3	58
Alt. ap. do limbo ſup. da Lua	22	5	49
Diminuindo o ſemi-diam. correcto		15	4
Altura ap. do centro da Lua	21	50	45
Ou mais ſimplesmente	21	50	50*
Parallaxe menos a refracçaõ		48	13

Al-

Altura verdad. do Centro da Lua	22	39	3		
Ou mais fimplesmente	22°	39′	0″.		

PARTE IV.

CALCULO DA DISTANCIA.

Efcrevei em huma columna a diftancia, e alturas apparentes dos centros dos dous Aftros; depois fommai eftas tres quantidades, tomai metade da fomma, e achai a differença defta femi-fomma á diftancia apparente: por baixo defta differença efcrevei tambem as alturas verdadeiras dos centros dos dous Aftros, e depois a fua fomma, e femi-fomma; feito isto notai ao lado das Alturas apparentes os comp. arith. dos Log. dos Cof. deftas Alturas; e aos lados, da femi-fomma, da femi-fomma menos a diftancia, e das alturas verdadeiras, os Log. dos Cof. deftas quantidades: fommai eftes feis Logarithmos, e de metade da fomma diminuí o Log. do Cof. da femi-fomma das alturas verdadeiras; reputai o refto como Log. de hum Seno, e como tal entrai com elle nas Taboas, e determinai o angulo que lhe correfponde, a que chamareis Angulo fubfidiario: em fim tomai o Log. do Cof. defte Angulo, que fommareis com o Log. do Cof. da femi-fomma das Alturas verdadeiras, e tereis o Log. do feno da femi-diftancia verdadeira dos centros, e por tanto dobrando-a tereis a diftancia procurada.

Para calcular menos partes proporcionaes nos Logarithmos, faremos que a fomma dos tres dados apparentes feja multiplice de 10″; para isto fupprimiremos, ou augmentaremos á diftancia o numero de fegundos que nos fôr neceffario, o que nada altera o refultado, vifto que depois os podemos reftituir á diftancia verdadeira, fazendo as operações contrarias: o exemplo moftrará melhor quanto deixamos dito: nefte exemplo bafta, que tiremos 2″ á diftancia ap.

Dif-

Dift. ap. . . .	85°	38′	10″		
Alt. ap. ☉ . .	52	20	40	. . . Cl. Cof.	0,2140206
Alt. ap. ☾ . .	21	50	50	. . . Cl. Cof.	0,0323681
Somma . . .	159	49	40	.Cof.	9,2433558
Semi-fomma . .	79	54	50.	.Cof.	9,9978305
Semi-fom.— dift.	5	43	20.	.Cof.	9,7860886
Alt. ver. ☉ . .	52	20	0.	.Cof.	9,9651426
Alt. ver. ☾ . .	22	39	0.	Som.	39,2388062
Somma . . .	74	59	0	Semi-fom.	19,6194031
Semi-fomma . .	37	29	30	. . . . . Cof.	9,8095151
				Diff.	9,7198880

He o Log. Sen. Ang. fubfi. 31° 38′ 46″, Cof.	9,9300852
Cof. da femi-fom. das Alt. verd.	9,8095151
Somma	9,8296003

He o Log. Sen. femi-diftancia	42°	29′	24″
Logo Diftancia	84	58	48
Ajuntando a quantidade diminuida			2″
Temos Diftancia procurada	84	58	50

PARTE V.

Calculo da hora de Lisboa ao tempo da Obfervação.

Procurai nas Ephemerides, em o dia 18 de Maio, as diftancias da Lua ao Sol, que entre fi comprehendem a diftancia calculada; achai a differença dellas, e a da primeira á diftancia calculada; depois fazei efta proporção, a differença das duas diftancias achadas nas Ephemerides, para a differença entre a primeira deftas, e a calculada, como tres horas, para hum quarto termo; que junto á hora da primeira diftancia das Ephemerides dará a hora que fe pertende.

Dif-

Distancias				
Calculada		. . . .	84°,58′,50″	Diff.
Das Ephem.	1.ª no dia 18 ás $20^h 23' 20''$	. . .	84 , 19 , 26	. 39′24″
	2.ª no dia 19 ás 11 23 20m.	. .	85 , 42 , 45	. 83′19

Proporçaõ, 83′19″ : 39′24″ :: 3^h : x , o mesmo que

4999 : 2364 : : 10800″ : x = 5107″ = 1^h 25′ 7″

Hora da primeira distancia das Ephemerides . .	20 23 20
Hora de Lisboa ao tempo da observaçaõ	21 48 27

PARTE VI.

Calculo da hora do Navio.

Das Ephemerides tira-se facilmente, que o Sol ás 21^h 48′ 27″ do dia 18 de Maio tem 15° 55′ 8″ de Declinaçaõ Boreal ; e logo a sua distancia ao Polo do Norte he de . . . . 70° 4′ 52

Ou mais simplesmente 70° 5′ 0″

Agora com esta Distancia Polar , com a Latitude , e com a Altura verdadeira do centro do Sol , calcula-se a hora do modo seguinte :

Alt. verd. do cent. do Sol,, 52° 20′ 0″

Latitude,, 40° 20′ 0″	. . Comp. Cos.	0,1178787
Dist. polar,, 70 5 0	Comp. Sen.	0,0267848
Somma 162 45 0	. Cos.	9,1759950
Semi-som. 81 22 30.	. Sen.	9,6861405
Semi-s. menos a Alt. 29 2 30.	Som.	19,0067990
	Semi-somma	9,5033995
He o Log. Sen. do semi-angulo horario		18° 35′ 6″
	Multiplicando por	8
Teremos		2^h 28′ 40″ 48‴
Cujo complemento a		24 0 0 0
Dá a hora do Navio		21^h 31′ 19″ 12‴

PAR-

PARTE VII.

Conclusaõ.

Hora de	Lisboa	21^h 48′ 27″
	Bordo	21 31 19
Differ. , ou Long.	em tempo	0^h 19′ 8″
	em graos	4° 47′ 0″

He quanto o Navio está a Oeste de Lisbôa.

Exemplo II.

Calculo das observações de Longitude , por distancias da Lua ao Sol , feitas por hum só observador.

Nas mesmas circunstancias do exemplo precedente , supponha-se que as observações foraõ como se segue , e pede-se a Longitude do Navio.

	Hor. das obser.	Alt. observ.
Primeiras observ. do limb. inf. ☉	9^h 25′ 3″ . . .	50° 59′ 30″
	9 25 42 . . .	51 7 0
Prim. observ. do limb. sup. ☾	9 26 50 . . .	22 43 0
	9 27 30 . . .	22 38 40
Observações das distancias.	9 28 32 . . .	85 8 40
	9 29 15 . . .	85 8 20
	9 30 0 . . .	85 8 0
	9 30 41 . . .	85 7 40
	9 31 19 . . .	85 7 20
Segundas obs. do limb. sup. ☾	9 32 0 . . .	22 3 20
	9 32 40 . . .	21 58 0
Segundas obs. do limb. inf. ☉	9 33 36 . . .	52 37 50
	9 34 15 . . .	52 45 20

X ii Fa-

Fazei huma ſomma das horas a que ſe obſervárão as primeiras alturas do Sol, e outra das meſmas alturas; dividi cada huma deſtas ſommas pelo numero das alturas; e aſſim tereis nos dous quocientes huma hora media, com a ſua altura media correſpondente: praticai outro tanto com as primeiras alturas da Lua, com as diſtancias, e com as ſegundas alturas dos meſmos Aſtros, o que dará

Prim. alt. do limb. inf. do ☉ .	51°	3′	15″ . . ás .	9ʰ	25′	22″
Prim. alt. do limb. ſup. da ☾ .	22	40	50 . . ás .	9	27	40
Diſt. ap. dos diſ. do ☉, e ☾ .	85	8	0 . . ás .	9	30	9
Seg. alt. do limb. ſup. da ☾ .	22	0	40 . . ás .	9	32	20
Seg. alt. do limb. inf. do ☉ .	52	41	35 . . ás .	9	33	55.

Paſſemos a determinar as alturas dos dous Aſtros ás $9^h\ 30'\ 9''$ hora da diſtancia obſervada; para iſſo tome-ſe a differença entre as alturas do Sol, entre as horas correſpondentes, entre as primeiras deſtas, e as horas da diſtancia; faça-ſe o meſmo a reſpeito da Lua; e depois calcule-ſe o quarto termo da proporçaõ, cujos tres primeiros ſejaõ, a ſegunda, a terceira, e a primeira das differenças precedentes; eſte quatro termo junto á primeira altura do Sol, porque eſta vai em augmento, dará a ſua altura para a hora que ſe quer; o quarto termo de huma proporçaõ analoga feita a reſpeito da Lua, ſubtrahido da primeira altura do meſmo Aſtro, porque eſta vai diminuindo, dará a altura da Lua que ſe pertende conhecer.

Principiemos pelas alturas do Sol.

					Differenças.
Alt. do limb. inf. ☉	Primeira. . .	51°	3′	15″	1° 38′ 20″
	Segunda. . .	52	41	35	

Horas	da Diſtancia		9ʰ	30′	9″	0ʰ 4′ 47″
	das alturas	Primeira. . .	9	25	22	
		Segunda. . .	9	33	55	0 8 33

Proporçaõ.

$8'\ 33'' = 513'' : 4'\ 47'' = 287'' :: 1^\circ 38'\ 20'' = 5900 : x$

daqui ſe tira $x = 3301'' = 55'\ 1''$; e logo

Alt. do limb. inf. ☉ á hora da diſtancia $51^\circ\ 58'\ 16''$

Pra-

Praticando o meſmo com as Alturas da Lua, virá

					Differenças
Altura da ☾	Primeira . . .	22°	40′	50″	0° 40′ 10″
	Segunda . . .	22	0	40	

Hora	da Diſtancia		9ʰ	30′	9″	0ʰ 2′ 29″
	das Alt.	Primeira. . .	9	27	40	
		Segunda. . .	9	32	20	0 4 40

Proporçaõ.

$4'\ 40'' = 280'' : 2'\ 29'' = 149'' :: 0^\circ\ 40'\ 10'' = 2410'' : x$

donde $x = 1282'' = 21'\ 22''$, e logo, Alt. limb. ſup. da ☾ no inſtante da obſervaçaõ da diſtancia $= 22^\circ\ 19'\ 28''$.

Aſſim teremos reduzido as obſervaçóes ás tres ſeguintes ſimultaneas. Alt. limb. inf. ☉ $= 51^\circ\ 58'\ 16''$, Alt. limb. ſup. ☾ $= 22^\circ\ 19'\ 28''$, Diſt. dos limb. ☉, e ☾ $= 85^\circ\ 8'\ 0''$: por tanto reſta ſómente calcular eſtas obſervaçoes como no exemplo precedente.

Exemplo 3.º

Que moſtra o como ſe faz o meſmo Calculo da Longitude pelas diſtancias da Lua ás Eſtrellas.

Ha varios modos de calcular eſtas obſervações: o primeiro he identico aos precedentes, ſejaõ os obſervadores tres, ou hum ſó: o ſegundo conſiſte em uſar das alturas obſervadas da Eſtrella, e Lua ſó para effeituar a reducçaõ da diſtancia; determinando a hora do navio por meio de hum relogio de ſegundos, que ſe tenha regulado, ou de dia pelas obſervações das Alturas do Sol, ou no tempo do crepuſculo pela obſervaçaõ da altura de alguma eſtrella principal que entaõ ſe ache proxima ao primeiro vertical: o terceiro modo ſuppõem o relogio regulado da meſma ſorte que no precedente, mas com a hora dada por elle, e a obſervaçaõ da diſtancia, vai determinar a Longitude; calculando primeiro as alturas verdadeiras de cada hum dos Aſtros para a meſma hora, por meio de alguma das fórmulas dadas em o n.º 8 da Demonſtraçaõ; depois applicando a eſtas Alturas as devi-

das

das correcções em sentido contrario, sahem conhecidas as Alturas apparentes que lhes correspondem, com as quaes, com as verdadeiras, e com a distancia observada facilmente se tem a distancia reduzida como no exemplo 1.°, donde se deduz a hora de Lisboa, cuja differença com a do Navio dada pelo relogio, faz conhecer exactamente a Longitude procurada.

Primeiro modo.

Onde se fazem as mesmas operações, que nas distancias da Lua ao Sol.

O Calculo das observações feito por esta maneira só differe do que precedentemente fica explicado, em ser a hora do Navio determinada pelas alturas das Estrellas, para o que servir-nos-hemos do methodo ensinado, na explicaçaõ junta ás Ephemerides, em o artigo que tem por titulo « Determinaçaõ da hora pelas alturas das Estrellas »: conhecendo assim esta hora, e depois a de Lisboa concluida da distancia verdadeira, fica facil o modo de determinar a Longitude do Navio.

Notaremos, que as alturas das Estrellas pouco exactamente podem ser observadas de noite, pela difficuldade de bem distinguir o horizonte; donde se conclue a evidente possibilidade de commetter erros assás consideraveis, se por meio destas alturas pertendermos determinar a hora do Navio. A fim de evitar erros semelhantes empregaõ-se neste caso os dous seguintes methodos, onde he preciso fazer uso de hum bom relogio de segundos: o ultimo delles he justamente o mais exacto.

Segundo modo.

De dia tomaremos alturas do Sol, com cujo soccorro calcularemos a hora do Navio, e o adiantamento, ou atrazamento do relogio: concluido isto faremos á noite as observações das distancias da Lua á Estrella, e das alturas destes dous Astros sobre o horizonte, por hum modo inteiramente análogo ao das distancias da Lua ao Sol.

Depois de feitas as observações, e calculos precedentemente expostos, como ficamos conhecendo o adiantamento, ou atrazamento do relogio, sabemos a hora delle

le ao tempo da distancia media, e podemos saber a grandeza, e direcçaõ do espaço andado pelo navio no intervallo, que medeou entre as observações do Sol, e das distancias; por tanto facilmente acharemos a hora verdadeira do navio correspondente á nossa distancia media: depois com esta distancia, e com as alturas apparentes e verdadeiras dos dous Astros, passaremos a determinar a distancia reduzida, por cujo meio poderemos obter o conhecimento da hora de Lisboa, e logo a differença das duas horas, ou a Longitude.

Terceiro modo.

Este he mais facil em quanto á observaçaõ, porém menos em quanto ao calculo; e por isto exige que demos hum exemplo delle, explicado com todo o detalhe.

Em 20 de Julho de 1798, navegando por 30° 50′ de Latitude N, e 40° de Longitude occidental, tomáraõ-se directamente varias alturas do Sol, notando as horas correspondentes a cada huma; feito isto calculáraõ-se a hora, e altura medias, e achou-se que as $4^h\ 33'$ do relogio o limbo superior do Sol tinha 29° 41′ 40″ de altura sobre o horizonte, cuja depressaõ era 4′ 6″.

Seguio-se a noite, e entaõ quando o navio estava em 30° 10′ de Latitude Boreal, 40° 20′ de Longitude estimada a Oeste de Lisboa, observáraõ-se varias distancias da Estrella α Aguia ao Limbo illuminado da Lua, que era o mais distante, marcando tambem as horas correspondentes ás mesmas distancias; depois do que, passando a calcular a distancia, e hora medias, se achou aquella de 82° 11′ 20″, e esta de $9^h\ 4'\ 42''$: pede-se a Longitude verdadeira.

Eis-aqui a ordem que se deverá seguir nas operações do Calculo.

1.° Com a altura media do Sol calcularemos o angulo horario correspondente á mesma altura, e a Latitude do Navio, para delle deduzirmos a hora de bordo ao tempo das observações das distancias: o que executaremos determinando o valor do Angulo ZPE (Fig. 1.) por meio dos tres lados ZP complemento da Latitude, ZE complemento da altura verdadeira do centro do Sol, e PE sua distancia polar, que saõ conhecidos, e de que poderemos usar como fica explicado em a Parte VI do I. Exemplo.

2.°

2.º Depois de executado o que fica dito em o n.º I, conheceremos a hora verdadeira de bordo no instante da observaçaõ da altura media; por tanto combinando-a com a do relogio notada em o mesmo instante, resultará conhecida a differença do relogio ao tempo verdadeiro; differença cujo conhecimento junto ao da marcha do mesmo relogio, e ao do caminho andado em Longitude, nos fará depois por meio da hora, que elle marcar no instante da observaçaõ da distancia media, vir a conhecer a hora verdadeira de bordo, que corresponde a mesma distancia; com a qual, e com a Longitude estimada reduzida em tempo, poderemos facilmente determinar a hora de Lisboa, que proximamente lhe compete, a fim de conhecer as Ascensões rectas, e distancias polares, da Lua, e Estrella, com a distancia do Equinocio ao Sol para esta hora, donde concluiremos os angulos horarios dos primeiros dous Astros.

3.º Supponde L e S, (Fig. 2) os lugares da Lua, e Estrella, teremos agora conhecidos em os triangulos ZPL, ZPS, os Angulos ZPL, ZPS, com os lados ZP, PL, PS; por tanto fazendo uso do que deixamos explicado em o n.º 8 da Demonstraçaõ poderemos facilmente determinar as alturas verdadeiras HL, SO; e applicando-lhes as correcções em sentido contrario, teremos as alturas apparentes HL′, S′O.

4.º Determinadas assim as alturas apparentes, e verdadeiras com a distancia apparente da Estrella ao centro da Lua, passaremos a calcular a distancia verdadeira correspondente, e deduzir desta a hora de Lisboa ao tempo da observaçaõ, que combinada com a de bordo já conhecida, nos deve dar a Longitude procurada.

I. PARTE.

Calculo das horas, verdadeira do Navio, e approximada de Lisboa.

As Ephemerides fazem vêr, que a distancia polar do Sol ao tempo da observaçaõ das alturas era 69° 27′ 23″; mas entaõ a Latitude estimada he de 30° 50′ N, e a Altura verdadeira do centro do Sol 29° 20′ 10″, calculando pois com estes dados o Ang. hor., e reduzindo-o a tempo acharemos, hora de bordo no instante da primeira

ra observaçaõ = ...	4^h	29′	16″
mas o relogio apontava . .	4	33	0
Logo estava adiantado . .		3′	44″

Supponde agora que o relogio em cada 24^h se adiante 1′ 36″, que vem a dar 4″ de adiantamento por hora, teremos que desde ás 4^h 33′ que mostrava no instante das primeiras observações, até ás 9^h 4′ 42″, que mostrou corresponder á distancia media, deve-se ter adiantado mais 18″, o que faz de adiantamento total 4′ 2″, que diminuidos das mesmas

nuidos das mesmas	9^h	4′	42″
Daõ, hor. da dist., refer. ao merid. das alt. . .	9^h	0′	40″
Mas este meridiano estava 0° 20′, ou 0^h 1′ 20″ a Leste daquelle onde as distancias foraõ observadas, tirando pois estes . . .		1	20
Teremos, hora de bordo ao tempo da distancia media	8^h	59′	20′
E como o Navio se suppõem a Oeste de Lisboa 40° 20′, ou	2^h	41′	20″
A hora approximada, e correspondente de Lisboa deve ser	11^h	40′	40″

II. PARTE.

Calculo dos angulos horarios, e distancias polares.

Para achar os angulos horarios, preciza-se conhecer primeiro as Ascensões rectas do Sol, e do Meridiano do Navio.

Facilmente se conclue das Ephemerides, que ás 11^h 40′ 40″ de 20 de Julho, a distancia do

Equinocio ao Sol he	15^h	58′	1″
Tomando o complemento, teremos Ascenç. recta ☉ em Temp.	8	1	59
Que junta á hora do Navio	8	59	20

Dá, Asc. rec. do Merid. do Navio em $\begin{cases} \text{tempo} & 17^h\ 1'\ 19'' \\ \text{grãos} & 255^\circ\ 49'\ 45'' \end{cases}$

Agora passaremos ao Calculo dos angulos horarios.

Da pag. 113 destas Ephemerides se deduz,

Asc. rec. de α Aguia em 20 de Julho	295° 14′ 12″
A do Meridiano he	255 49 45
Logo será Angulo hor. de α Aguia	39° 24′ 27″

Dous methodos podemos empregar no calculo da Ascensaõ recta da Lua; ou o das partes proporcionaes mais prompto e menos exacto, e entaõ acharemos 206° 3′ 41″ de Ascensaõ recta; ou aliás o das interpolações indicado em a Memoria addiccionada ás Ephemerides de 1797, e cuja pratica se reduz ao seguinte, no presente exemplo:

$$\text{Asc. rec. ☾ nos dias} \begin{cases} 19 \text{ ás} & 12^h = 203^\circ\ 29', & 1.^{as}\ \text{Diff.}, & 2.^{as}\ \text{Diff.} \\ & & +6^\circ\ 21' & \\ 20 \text{ ás} \begin{cases} 0^h = 209\ 50 \\ \\ 12^h = 216\ 14 \end{cases} & & & +3' \\ & & +6\ \ 24 & \\ & & & +5 \\ & & +6\ \ 29 & \\ 21 \text{ ás} & 0^h = 222\ 43 & & \end{cases}$$

Somma . . . 8

Dividida por 4 dá 2′.

Teremos pois que a Ascensaõ recta procurada será igual a 203° 9′ + 6° 21′ × pelas vezes que 12^h se contém no intervallo de tempo que decorre desde as 12^h do dia 19, até ás $11^h\ 40'\ 40''$ do dia 20, + 2′ × pelo mesmo multiplicador precedente × pelo quociente que resultar dividindo por 12^h o mesmo intervallo menos 12^h; isto he, teremos Asc. rec. $☾ = 203^\circ\ 29' + 6^\circ\ 21' \times \frac{23^h\ 40'\ 40''}{12^h} + 2' \times \frac{23^h\ 40'\ 40''}{12} \times \frac{11^h\ 40'\ 40''}{12}$: ora $6^\circ\ 21' \times \frac{23^h\ 40'\ 40''}{12^h}$, he o quarto termo do proporçaõ $12^h : 23^h\ 40'\ 40'' :: 6^\circ\ 21' : x$, donde

$x = 12^\circ\ 31'\ 46''$; semelhantemente acharemos $2' \times \frac{23^h\ 40'\ 40''}{12} \times \frac{11^h\ 40'\ 40''}{12} = 3'\ 51''$; logo

Asc. rec. ☾ = 203° 29′ + 12° 31′ 46″ + 3′ 51″	= 216° 4′ 37″
A do Meridiano	= 255 49 45
Logo, Ang. hor. ☾	= 39 45 8

Quanto ás distancias polares dos dous Astros, a pag. 113 das Ephemerides dá, Decl. de α

Aguia, ...	= 8° 20′ 34″ N
e logo sua distancia ao polo elevado . . .	= 81° 39′ 26″
Da pag. I de Julho, tira-se a Decl. ☾ no dia 20 ás $11^h\ 40'\ 40''$	= 12° 4′ 33″ S
Logo sua distancia ao Polo	= 102 4 33.

III. PARTE.

Calculo das alturas dos dous Astros.

Como já temos determinado, e conhecido a Latitude do Navio, os Angulos horarios, e Distancias polares dos dous Astros, poderemos obter facilmente as suas alturas verdadeiras de qualquer dos modos explicados em o nº 8 da Demonstraçaõ: porém querendo hir com M. de Borda obraremos do modo seguinte.

Escreveremos o Angulo horario, por baixo a sua metade, e immediatamente a Distancia polar e Latitude, que sommaremos ambas, e da somma tomaremos o complemento, cuja metade se escreverá em ultimo lugar: feito isto note-se ao lado, Log. do Sen. do semi-angulo horario, metade do Log. Sen. Distancia Polar, metade do Log. Cos. Latitude, o complemento do Log. Sen. semi-complemento da somma; sommem-se os quatro Logarithmos, e repute-se a somma Tangente de hum angulo subsidiario, que se determinará, e de cujo complemento acharemos o Log. do Cos., que escreveremos, e sommaremos com o Log. Sen. do semi-complemento superior: a somma será o Log. Sen. semi-distancia ao zenit; logo dobrando teremos a distancia, e por consequencia a Altura. Eis-aqui o modêlo do Calculo.

Altura da Estrella

Ang. hor.	39° 24′ 27″		
Metade	19° 42′ 13″	Sen.	9,5278114
Dist. pol.	81 39 26	Semi-sen.	4,9976904
Latitude	30 10 0	Semi-Cos.	4,9683994
Somma	111 49 26	.Cl. Sen.	0,7228818
1.° Compl.	21 49 26	Somma	0,2167830
Semi-Comp.	10 54 43		

He a Tang. do Ang. Subsi.	58° 44′ 26″
Cl. do Log. do seu Cos.	0,2849183
Log. Sen. do Semi-Comp.	9,2771182
Somma	9,5620365
He o Sen. da Semi-dist. ao Zenith	21° 23′ 40″
Distancia ao Zenith	42 47 20
Altura verd. da Estrella	47 12 40
Refracçaõ	+ 54
Alt. ap. *	47 13 34

Altura da Lua.

Ang. hor.	39° 45′ 8″		
Metade	19 52 34	Sen.	9,5317889
Dist. pol.	102 4 33	Semi-sen.	4,9951416
Latitude	30 10 0	Semi-Cos.	4,9683994
Somma	132 14 33	.Cl. Sen.	0,4432106
1.° Comp.	42 14 33	Somma	9,9385405
Semi-Compl.	21 7 17		

He a Tang. do Ang. Subsi.	40° 57′ 34″
Cl. do Log. do seu Cos.	0,1219458
Log. Sen. do Semi-Comp.	0.5567894
Somma	9,6787352

He

He o Sen. da Semi-dist. ao Zenith	28° 30′ 19″
Distancia ao Zenith.	57 0 37
Altura verd. da Lua	32 59 23
Par. — refracçaõ para 33° de alt. e 58′ 24″ de Parall. hor. que tem a Lua em a Lat. 30° 10′ ás 11^h 44′ 40″ do dia 20	47 28
Logo 1.ª Alt.ap. do Centro da Lua	32 11 55
Correcç. correspond. á diminuiç. de alt.	— 24
Alt. ap. do Centro da Lua	32 11 31

Resta ainda calcular a distancia apparente da Estrella ao Centro da Lua; ora temos dist. obs. . . . . 82° 11′ 20″

Semi-diam. da Lua ao temp. da obs.	15′ 56″	
Augmento para 33° de alt.	9″	
Semi-diametro correcto		16 5
Tirando por ser dist. do limb. mais remoto, teremos, Dist. ap. da Estrella ao Centro da ☾		81 55 15

IV. PARTE.

Calculo da distancia verdadeira, e da Longitude do Navio.

Como as Alturas verdadeiras, e apparentes dos Centros dos dous Astros ficaõ já determinadas, e além disto a sua distancia apparente, o calculo da verdadeira distancia, e depois a conclusaõ da Longitude, faz-se inteiramente da mesma sorte, que foi mostrado já no exemplo I, mas que para maior pratica repetimos.

Dist.

Dist. ap. 81° 55′ 20″, *he maior 5″ que depois se descontaõ.*

Alt. ap. ✶	47	13	30	.. Cl. Cos.	0,1680528	
Alt. ap. ☾	32	11	30	.. Cl. Cos.	0,0724927	
Somma	161	20	20	. Cos.	9,2098636	
Semi-som.	80	40	10.	. Cos.	9,9998962	
men. a dist.	1	15	10.	. Cos.	9,8320610	
Alt. ver. ✶	47	12	40	. Cos.	9,9236461	
Alt. ver. ☾	32	59	20	Som.	39,2060104	
Somma	80	12	0	Semi-som.	19,6030052	
Semi-som.	40	6	0	... Cos.	9,8836168	
				Diff. ..	9,7193884	He o Log. Sen.
Ang. Subs.	31°	36′	20″.	Seu Cos.	9,9302745,	somado com o
Cos. Semi-som. das Alt. verd. dá .					9,8138913	He o Log. Sen.

Semi-distancia	40°	39′	8″
Logo, Distancia procurada =	81	18	16
Tirando a quantid. augmen.			5
Temos a dist. verd. dos Centros	81	18	11

Conclusaõ.

Distancias: Calculada	81	18	11	Diff.	
Das Ephem. em o dia 20, ás 11^h 23′ 20″ .	81	24	23	6′ 12″	
Das Ephem. em o dia 20, ás 14 23 20 ..	79	59	17	85	6

Teremos pois 85′ 6″ : 6′ 12″ : : 3^h : x, donde se tira

$x = 787''=$	0^h	13′	7″
Horas primeiras das Ephemerides	11	23	20
Hora de Lisboa no instante da observaçaõ ..	11	36	27
Mas a bordo eraõ	8	59	20
Differença, ou Long. em tempo	2^h	37′	7″
Differença, ou Long. em gráos	39°	14′	45″

He quanto o Navio está a Oeste de Lisboa.

AD-

ADVERTENCIA.

A brevidade da composiçaõ, e impressaõ da Memoria precedente fez sahir menos bom o enunciado da Parte II. pag. 142, ao qual por isto desejamos que seja substituido o seguinte.

Determinar a Longitude por meio dos Eclipses do Sol,
ou
Conhecidos os instantes dos contactos; a Altura do Sol, a Latitude verdadeira, e a Longitude estimada, para cada hum dos ditos instantes; calcular a Longitude verdadeira.