

4h235

1	2	3	4
5	6	7	8
9	0	1	2
3	4	5	6

M E M O R I A
QUE TRATA DE HUMAS
NOVAS TABOAS MATHEMATICAS,
E
- DOS USOS QUE ELLAS PODEM TER
TANTO NAS APPLICAÇÕES DA SCIENCIA
EM GERAL,
COMO NA NAVEGAÇÃO ALTA
EM PARTICULAR.

Ao mesmo tempo indica as mais vantajosas soluções dos mais interessantes Problemas daquella Navegação, com o intuito de patentear, simplificar, rectificar, ampliar sem superfluidade, e tornar menos dispendiosa, além de mais universal, e adequada aos seus fins, a pratica dos respectivos utilissimos cálculos.

SEU AUTHOR
JOSÉ MARIA D'ANTAS PEREIRA.

Nisi utile est quod facimus, stulta est gloria.



LISBOA. M. DCCC. VII.

NA IMPRESSÃO REGIA.
COM LICENÇA DA MEZA DO DESEMBARGO DO PAÇO.

HA 236

2 c 3 33



MEMORIA

CONCERNENTE

AS NOVAS TABOAS MATHEMATICAS.

1. **P**roporcionar os meios aos fins he o primeiro dever de todo aquelle que compõe, ou que propõe, com verdadeira intenção de ser util; por tanto, como as taboas de que vou tratar são construidas para com effeito servirem, tão adequada quão commodamente, aos calculos da navegação alta; e como nesta se faz inattendivel a differença de huma legoa na posição do navio; eis o motivo porque não levei muito mais adiante a aproximação das mesmas taboas: e nisto concordei, não só com Mr. Leveque, mas tambem com Mr. de la Lande, que publicou as suas taboas logarithmicas com cinco letras decimaes, vindo aliás a não discordar sensivelmente nem de algumas de Mr. Maskelyne nas suas *Requisite Tables*, nem de algumas de Mr. Mendosa.

2. Com effeito, qual será o navegante, que marche com as precauções, e acerto convenientes, a quem tres minutos de incerteza na posição do seu navio, ou da sua esquadra, faça perder qualquer operação, ou simplesmente nautica, ou ainda mesmo nautica-militar?

3. Todavia encontrar-se-ha que, pelas taboas propostas, poderemos em muitos casos (e esses interessantes) chegar a contar com a probabilidade de aproximação até hum centesimo de minuto; e em outros, ou em todos, até hum decimo, ou até 1'.

4. Reduzir a hum só volume todas as taboas, que o bom navegante deve manejar a bordo, foi trabalho desempenhado em nossos dias com grande acerto por Mr. Mendosa. membro da

Sociedade Real de Londres; e por este modo vierão a ser realmente praticáveis os methodos de Kraft, e outros: Mr. Mendosa compoz mesmo as suas taboas com grandes fadigas, além de tanta novidade como propriedade. Nestes termos restava apenas emprehender a simplificação daquellas taboas, reduzindo todo o cálculo nautico ao uso de humas unicas o mais que possivel fosse: eis o que me propuz, sem aliás deixar de simplificar alguns methodos, e produzillo novos a meu ver, ou preferiveis aos que estão adoptados, ou providenciadores de casos ainda não providenciado:

5. Sabe-se como a Junta das Longitudes, e a Companhia Oriental, concorrêrão para premiar; e animar Mr. Mendosa, em *Inglaterra*: hum tal exemplo conduz-me a julgar que serei tambem merecedor de alguma estima por este trabalho que me propuz, se com effeito o desempenhar; e eis ali todo o premio a que verdadeiramente aspiro.

6. As novas Taboas, podendo em geral servir com vantagem nas numerosas applicações da mathematica ás cousas da vida social, andão por hum quinto das grandes Taboas Inglezas que só podem ser empregadas no cálculo das longitudes, e correspondem a hum terço das de Mr. Mendosa, tão justamente premiadas: na pratica dellas ha por outro lado a facilidade proveniente da sua quasi unidade; e sendo aliás como que humas simples ampliação das de Hasselden, contém os senos, e cosenos naturaes, desde o raio 1 até o raio 100, calculados com 3 ou com 4 letras decimales, vindo consequentemente a conter os senos, e cosenos naturaes correspondentes a dez, cem, e mil vezes os mesmos raios; donde resulta que, pois chegão até o raio 100000, podem as taboas ser de grande uso em quasi toda a trigonometria.

7. Porém como o destino principal dellas he o seu serviço na navegação, conservo aos ditos raios, cosenos, e senos, as respectivas denominações *Distancias*, *Latitudes*, e *Apartamentos*, que estão adoptadas pelos nossos navegantes; e posto que as taboas comecem pela distancia 10, com tudo he claro que, ex.

gr., se a 10 corresponde 7.100, a 1 deverá corresponder 0.7100, e a 10000 corresponderá 7100; de modo que a simples mudança no lugar do ponto mostrará qual latitude, ou qual apartamento, compete a huma distancia 10, 100, 1000 vezes maior, ou 10, 100, 1000, &c. vezes menor, que qualquer das taboas; pois bastará mudar o ponto humas, duas, &c. casas para a direita, ou para a esquerda, no numero tabular, para delle deduzirmos o que procuramos conhecer, relativamente fallando.

8. A taboada appensa, servindo de patentear a construcção das novas taboas, desde logo evidencêa, que os rumos correm ao largo, e quasi nas extremidades das mesmas taboas, contados de minuto em minuto; mas escrevendo-se nos intermedios tão sómente os minutos, e collocando-se pela parte de fóra destes arcos o complemento da refração media, que lhes corresponderá quando elles designarem alturas apparentes: assim, não precisaremos de recorrer, nem ao cálculo de proporções para determinarmos semelhantes refrações; nem a humas diminuição especial para ter conta com a influencia dellas nas alturas observadas, como adiante se fará ver.

9. Tambem notaremos estampadas tão sómente as decimales das latitudes, e apartamentos intermedios; os inteiros correspondentes encontrar-se-hão naquella columna lateral entre a qual, e a de que se tratar, não medear o signal |; assim 9, 865 he o apartamento que compete á distancia 14, e ao rumo 44° 48'; mas á distancia 61, e ao rumo 44° 50' compete o apartamento 43.008. Além de haver seguido neste arranjo de taboas humas disposição semelhante ás de MMr. Taylor, Callet, Mendosa, e outros taes como Mr. de la Lande nas suas taboas horarias, notarei que deste mesmo arranjo não podem emanar grandes difficuldades praticas, e que na carteação das milhas nada influirá; pois, não sendo a bordo sensatamente assignavel o rumo com miudeza superior á de 6', 5, encontraremos sempre nas taboas todo o apartamento, e toda a differença de latitude, em humas só addição, na qual poderemos desprezar a derradeira, e ainda

mesmo a penultima letra decimal; com tanto que á ultima restante augmentemos 1 quando desprezarmos, no primeiro caso mais de 5, e no segundo mais de 50.

10. Observar-se-ha que os apartamentos correspondem aos intervallos das latitudes, o que se fez preferivel a fim de melhor se executar o que se irá dizendo: e como no angulo de 45° a columna daquelles equivalesses á destas, supprimi huma para substituir-lhe a das differenças entre 1° e as inclinações horizontaes correspondentes ás diversas alturas do observador, contadas como distancias, e contadas em palmos Portuguezes. Na composição desta columna segui a Mr. Maskelyne, tendo presentes os trabalhos de Mrs. Lambert, e le Roy. Notarei que nas pequenas alturas basta extrahir a raiz quadrada ao setuplo de cem vezes o numero dos seus palmos, e buscalla entre os senos correspondentes ao raio 100000; pois o arco, que tiver esse seno, representará muito proximamente a distancia dos olhos do observador ao horizonte; e esse mesmo arco, abatida a sua decima parte, em attenção á refração terrestre, deverá equivaler á inclinação horizontal.

11. A precedente distancia, em quanto ás alturas da taboa, achar-se-ha com toda a facilidade ajuntando ás correspondentes inclinações hum nono dos seus valores respectivos: assim, para 100 palmos de altura, teremos a distancia proximamente igual a $\frac{81.0}{9} = 9'.1$; e tratando-se de dois observadores, ou de dois objectos, cujas alturas sejam ex. gr. 100, e 70 palmos, a sua distancia horizontal, suppondo nulla a influencia da refração terrestre, será equivalente a $\frac{81.9 + 68.5}{9} = 16'.71$.

12. A differença entre quaesquer duas latitudes, ou quaesquer dois apartamentos, consecutivamente situados na mesma linha, encontrar-se-ha nessa linha, e na columna que tem por titulo *Dif.*: servirão estas differenças para calcularmos as correspondentes ás partes decimaes do minuto nos angulos ou arcos observa-

dos; sendo de advertir que pois ex. gr. 20, 51 he a differença correspondente á distancia 100, ou dez vezes a correspondente á distancia 10, teremos $\frac{1}{10}$ de 20,51 = 2,05; $\frac{1}{100}$ de 20,51 = 2, 26; &c. de modo que a mesma columna das differenças dá immediatamente, no tocante á ultima dellas, todas as que devem corresponder-lhe por qualquer quantidade decimal, ou centesimal, de variação no rumo ou arco.

13. Semelhantemente, se quizermos saber a differença de quaesquer dois numeros, conjunctamente situados na mesma columna, encontralla-hemos expressada no ultimo considerado como decimal; assim por exemplo, na 2.^a parte da 1.^a columna, 0.70422 he a differença de quaesquer dois numeros conjunctos; e a mesma columna mostra as partes desta differença proporcionaes á de 0.10, 0.11, 0.12, &c. nos numeros respectivos, pois serão evidentemente 0.07042, 0.07746, 0.08451, &c.; isto he, serão (por assim dizer) os numeros que formão esta mesma columna.

14. Posto que as navegações ao redór da terra fação concluir, que para os usos das mesmas navegações basta considerar o nosso Planeta como perfeitamente esferico, sempre ajunto no fim de cada taboada o angulo da vertical correspondente á latitude designada pelo arco mais visinho, e suppondo o eixo pára o diametro equatorial como 333:334, hypothese que differe niuito da seguida por Mr. Cagnoli no cálculo destes angulos.

15. Sendo as Parallaxes horizontaes para as de qualquer altura apparente como os raios para os cosenos dessas alturas, claro está, que entrando com aquellas na columna das distancias, encontraremos as segundas na das latitudes correspondentes aos rumos designados pelas mes alturas: assim se a altura for de $44^\circ 53'$, e a parallaxe horizontal de $58'.74$, teremos a parallaxe de altura = $41.096 + 0.52482 = 41.096 + 0.524 = 41.62$; e como a parallaxe media do Sol anda (conforme Mr. de la Lande) por $0'.14$, colloquêi defronte de 14 o signal \odot , pertendendo assim significar, que as parallaxes correspondentes ás diversas alturas deste astro existem na linha assignalada, e nas columnas dos arcos equivalentes a essas

alturas, mas devendo passar-se o ponto duas casas para a esquerda: por tanto, a parallaxe solar, correspondente a $44^{\circ} 58'$ de altura, deve ser 0.9905, ou 0.9940, pois bastará servir-nos da primeira; huma e outra reduz-se a 0.99.

16. Vê-se pois em cada lauda correspondendo a hum arco dado, não só o que lhe compete, e corresponde, considerado como rumo; senão também o que lhe compete, e corresponde, considerado como altura: além disto, a mesma lauda mostra já calculadas as partes proporcionaes que mais nos lembraria, ou que mais necessitaríamos calcular, para ampliarmos o uso, e aproximação das mesmas taboas, que também se constituem logarithmicas-trigonometricas por meio das duas linhas conjunctas de cada tópo: ambos terminão com as latitudes crescidas correspondentes ás simples designadas pelos rumos; e bastarão 180 laudas para incluirmos os 90° do quadrante.

17. Observarei ainda que, visto ser ex. gr. S4771 a parte decimal do logarithmo de 70422, as mesmas taboas poderão subministrar os logarithmos de todos os numeros até 100000, com tanto que procuraremos estes numeros na linha dos apartamentos correspondentes á distancia 100, e reciprocamente.

18. A's precedentes commodidades, e vantagens, que não são as unicas, devo acrescentar; 1.^o que quaesquer dois numeros situados em huma linha estão na razão dos senos dos arcos a quem correspondem como apartamentos, e dos cosenos daquelles a quem correspondem como latitudes; estando aliás cada apartamento para a sua latitude, como o raio para a tangente do arco correspondente; ou como a cotangente desse arco para o raio: 2.^o que quaesquer dois numeros, situados na mesma columna, estão na razão, não só das distancias correspondentes, mas também na de outros quaesquer dois numeros que, estando collocados em huma columna, correspondão a essas distancias, ou existão nas linhas dos primeiros, formando todos quatro, por assim me explicar, os quatro vertices dos angulos de hum rectangulo; de modo que quatro numeros assim situados estarão sempre em proporção: e por

tanto, eis-aqui que pôde a taboa servir para com ella effectuarmos multiplicações, ou divisões, por meio de simplicissimas sommas, ou diminuições, e muitas vezes até sem estas sommas, ou diminuições; quando aliás se trabalha, não com artificiaes indicadores dos numeros verdadeiros, mas sim com estes mesmos numeros, e por tanto, sem haver precisão de passar, nem destes para aquelles, nem daquelles para estes; donde se segue que a taboa, não sendo logarithmica, pôde servir como tal: com effeito existindo, por exemplo, $31.949 : 38.339 : 31.885 : 38.261$, claro está que, se houvessemos de executar a operação indicada por $\frac{38.339 \times 31.885}{31.949}$

se reduziria a procurar na taboa estes tres numeros na sua situação conveniente, e o quarto 38.261 seria o procurado. Adiante mostrarei melhor o grande uso, que effectivamente cumpre fazer, deste principio tão fecundo como vantajoso.

19. Reflectirei finalmente que a taboa, pois contém os senos e cosenos para os diferentes angulos, e para os diferentes raios desde 1 até 10000, pôde servir com singularissima vantagem, não só para a resolução de todos os triangulos da derrota, ou rectangulos, mas também para a dos obliquangulos, e por conseguinte para a prática, tanto das tres architecturas e da geodezia, como em geral da trigonometria: além do que, patentearé o seu uso na solução de todos os problemas da navegação alta, entrando mesmo nesta conta os mais interessantes, pois tal devemos reputar o celeberrimo Problema das longitudes: a todas estas soluções chegarei por caminhos (a meu ver) ou nada, ou pouco trilhados, sendo aliás novo, e não superfluo em alguma dellas, e simplificando-as quasi todas: mas reservo as demonstrações, e análises para outra obra maior, que me proponho dar á luz, animado pelo mesmo espirito, que me determina á publicação desta; espirito que, sendo o do desejo de prestar serviço aos meus concidadões, e camaradas, deve conciliar-me a sua attenção, e ainda mesmo a sua afeição; bem este sem duvida o mais appetecivel, e o maior a que posso aspirar; bem que com effeito (ouza-

rei dizello) ambiciono tanto quanto elle he respeitavel, e eu o respeito.

Advertencia relativa aos Problemas seguintes.

20. Vendo, por exemplo, a grandeza 21.127 na linha 30, e como apartamento correspondente a $44^{\circ}46'$, diremos que 30 he o numero da linha, e $44^{\circ}46'$ o da columna da dita grandeza: assim semelhantemente sera 30 o numero da linha, e $45^{\circ}14'$ o da columna da grandeza 21.299. A's columnas, cujos numeros forem entre si complementarios, chamaremos *conjunctas*.

Problemas arithmeticos.

21. Dada huma grandeza, e o numero da sua columna, determinar o da sua linha. Seja 36.209 hum numero dado como grandeza pertencente á columna $45^{\circ}14'$, buscando-o nesta columna corresponder-lhe-ha na das distancias 51, que he o procurado numero da linha.

22. Se o numero dado fosse 36.500, vendo que 36.209 he o seu immediato inferior, tomariamos a differença 0.291, que procurada na mesma columna mostraria 41 na das distancias, e por conseguinte 51.41 seria o numero pedido.

23. Dada a columna, e o numero da linha, determinar a grandeza correspondente. Por exemplo, se na columna $45^{\circ}14'$ quizermos determinar a grandeza correspondente á linha, cujo numero for 75.867, acharemos que essa grandeza deve ser composta pelas correspondentes a 75, 86, e 70, mas pelo modo seguinte

53.249

611

5

53.865

24. Dado o numero da linha, e a grandeza, determinar o da columna. Seja a linha 70, e a grandeza 49.699, o da co-

lumna sera $45^{\circ}14'$; mas se a grandeza for 49.510, vendo que a proxima inferior na linha 70 he 49.497, tomaremos a differença 8; e como na linha das differenças 3 corresponde a 15 na das distancias, concluiremos que o numero pedido equivale muito proximamente a $45^{\circ}0' \frac{8}{3} = 45^{\circ}0',21$.

25. Dado o numero de huma linha existente nas taboas, e o de huma columna que nellas não existe, determinar a grandeza correspondente. Seja 70 o numero da linha, $45^{\circ}0',21$ o da columna, vendo que a $45^{\circ}0'$ compete 49.497, multiplicaremos 70 por 0.21, buscaremos a differença correspondente ao producto 1,47, e achando 3, concluiremos que a grandeza pedida he igual a $49.497 + 0.003 = 49.500$.

26. O §. 12. evidência, que os dois problemas precedentes serão resolvidos ainda mais facilmente, quando se reportarem ás linhas 10 ou 100; com effeito he aliás bem claro, que as divisões, ou multiplicações, por estes numeros se executão com facilidade muito superior á que deve corresponder aos numeros como 70, e outros ainda mais compostos: por isto convirá preferir o uso daquellas duas linhas, quando nisso poder entrar o nosso arbitrio. A taboa he aliás construida por tal modo, que sempre encontraremos os dois ultimos problemas muito menos vezes do que os primeiros.

27. Achar o producto de duas grandezas taes como 70.422, e 87.58. Defronte da distancia 100 busque-se huma das grandezas, e na columna desta grandeza determine-se qual he a que deve existir na linha designada pela outra: esta ultima (depois de mudado o ponto duas casas para a direita) sera justamente a procurada. Assim vendo que 70.422 procurado na linha 100 pertence á columna $44^{\circ}46'$, e tendo que nesta columna deve corresponder

a 87 — 61.267

a 0.58 — 408

} cuja somma = 61.675

concluiremos que 6167.5 he o numero pedido.

28. Achar o quociente de duas grandezas taes como 79, e 55.154. Na linha da primeira grandeza busque-se a segunda, e

na columna desta, defronte de 100, acharemos 70.711; dondê deduziremos que o quociente pedido deve ser 0.7071.

29. Se os numeros fossem taes como 70.711, e 55.671, buscando o primeiro defronte de 100, subiriamos pela sua columna até encontrarmos o segundo; e o numero da linha deste, mudado o ponto duas casas para a esquerda, seria o quociente pedido. Entonallo-hiamos no caso presente por meio da operação seguinte

$$\begin{array}{r} 55.671 \\ 55.154 \text{ — } 78 \\ \hline 517 \text{ — } 73 \\ \hline 0,7873 \end{array}$$

30. Se tivéssemos 556.71 em vez de 55.671 deveria o quociente ser 7.873, e assim por diante: mas se o divisor fosse 707.11, o quociente seria 0,07873; e assim por diante. Esta reflexão tem lugar em todos os problemas da natureza dos precedentes.

31. *Achar huma quarta proporcional a tres grandezas dadas.*

I. Se ellas forem taes como 85, 60.104, e 97.15, defronte da primeira buscaremos huma das outras; na linha da que restar, e na columna da que houvermos buscado, encontraremos a quarta, que no caso proposto deverá ser

$$\begin{array}{r} \text{por } 97 \text{ ,, } 68.589 \\ \text{por } 15 \text{ ,, } 106 \\ \text{por } 97.15 \text{ ,, } 68.995 \end{array}$$

II. Sendo ellas taes como 60.104, 85, 97.15, na linha da segunda buscaremos a primeira, e subindo ou descendo pela columna desta, determinaremos o numero da linha da terceira, que será o pedido: assim

$$\begin{array}{r} 97.15 \\ 91.92 \text{ — } 1307.4 \text{ n.º pedido.} \\ \hline 5.23 \end{array}$$

III. Suppondo os numeros taes como 60.104, 59.86, 97.38;

achado o primeiro, buscaremos na sua linha hum dos outros, e na sua columna o que restar; aquelle, que estiver no lugar onde se cruzar a linha do ultimo com a columna do penultimo, será precisamente o quarto termo pedido. Eis a regra geral para todos os casos desta natureza; a sua applicação ao presente dará

$$\begin{array}{r} \text{por } 91.92 \text{ — } 91.55 \\ 97.38 \quad 5.44 \\ \hline \text{por } 5.46 \quad 90.99 \text{ n.º pedido.} \end{array}$$

32. Se o primeiro termo da proporção for 180, reputallo-hemos como 18, e multiplicaremos o resultado por 10, mudando o ponto huma casa para a direita. Semelhantemente obraremos quando o primeiro termo for 360, ou 3600; e poderemos obrar quando for 60. Em todos estes casos dirigir-nos-hemos pela parte I. do n.º 31., que torna superfluos os logarithmos logísticos, e os proporcionaes, ou que pelo menos pôde substituillos.

33. Assim tambem, se defronte de 15 buscarmos qualquer quantidade de grãos, acharemos defronte de 10 ou de 100 o decuplo ou o centuplo do tempo correspondente, e vice-versa.

34. Achar huma meia proporcional entre duas grandezas dadas. Seja 13.26 a primeira, e 78.18 a segunda, entrando com a semi-somma na columna das distancias, buscaremos a semi-diferença na das latitudes, e o apartamento correspondente deverá ser a meia proporcional pedida.

$$\begin{array}{r} 78.18 \\ 13.26 \\ \hline \text{Diff.} = 64.92 \text{ por } 45 \text{ ,, } 31.690 \\ \text{Semi-diff.} = 32.46 \text{ por } 72 \text{ ,, } 507 \\ \text{Semi-som.} = 45.72 \text{ meiaprop. ,, } 32.197. \end{array}$$

35. Quando se tratar de huma raiz quadrada, tudo se deverá reduzir a determinar huma meia proporcional entre a unidade, e o numero dado: e quando as quantidades extremas tiverem mais de cinco algarismos, attenderemos tão sómente aos primeiros cinco da esquerda de cada huma dellas, com tanto que nos bastem outros tantos na meia proporcional, pois tal he o li-

mite da aproximação das taboas. Esta reflexão tem toda a generalidade possível.

Problemas relativos ds linhas trigonometricas.

36. No que disser agora procurarei reportar-me á linha, ou raio 100.

37. As taboas dão todos os senos, e cosenos de minuto em minuto desde 0° até 90°, e por meio das differenças extendem-se as decimaes do minuto: por exemplo, 70.916 he o coseno, e 70.505 o seno de 44° 50'; se quizessemos huma e outra linha trigonometrica para o arco de 44° 50'.18, encontraríamos nas columnas das differenças, que estas relativamente a 0.18 devem ser 5, e por conseguinte os respectivos seno e coseno serão 70.911, e 70.510.

38. Quando se tratar de arcos superiores a 90°, bastará que lhes tiremos 9 dezenas de grãos, e que em vez de coseno ou seno procuremos o seno ou coseno; pois com effeito he seno 125° 12' = cos. 35° 12', &c. Em todos os casos será tambem coseno do semi-arco igual ao apothema do polygono regular, cujo angulo central tiver por medida o arco.

39. Quereudo os senos-versos, ou os cosenos-versos de quaesquer arcos, obtellos-hemos tomando o complemento dos respectivos cosenos ou senos; excepto quando os arcos excederem a 90°, pois então obteremos o seno-verso ajuntando o raio ao coseno. Neste paragrafo devemos entender por complemento a differença entre o raio, e o seno ou coseno: assim teremos s.v. 44° 50' = 29.084, e cos. v. de 44° 50' = 29.496.

40. Determinaremos as cordas dos arcos, tomando metade delles, procurando os senos destas metades defronte da distancia 20, e passando o ponto huma casa para a direita; assim corda de 90° 40' = 141.01.

41. Para assignalarmos a tangente de hum arco, tudo se reduz a dividir o seno pelo coseno (29); ou a reputar o coseno

raio, ou á ver qual seno corresponde ao coseno, quando este he igual ao raio; assim no arco de 44° 46' teremos

por 70.998,, 70.422

por 28.399,, 28.169

por 603,, 598

tang. pedida = 99.189

42. Poderemos tambem determinar a tangente procurando o seno na columna do coseno: pois em tal caso o numero da linha do seno deverá indicar o valor da tangente. Assim

por 70.288,, 99

por 134,, 19

por 70.422,, 99.19

43. Obteremos a cotangente de hum arco recorrendo aos dois precedentes paragrafos, depois de tomado o complemento do arco; ou tambem mudando nelles a expressão *seno* em *coseno*, e reciprocamente. Deste ultimo modo acharemos

por 70.422,, 100

por 576,, 82

cot. 44° 46' = 100.82

44. A secante de qualquer arco achar-se-ha procurando o raio na columna dos cosenos do arco: assim no arco de 44° 46' teremos

por 99.40,, 140

por 60,, 85

secante = 140.85

45. Para determinar a cosecante procurar-se-ha o raio na columna dos senos: assim teremos

por 98.59,, 140

por 1.41,, 2.0

cosecante = 142.0

46. Nos paragrafos antecedentes temos passado dos arcos para as suas respectivas linhas trigonometricas; chegando, ou podendo chegar, a indicar essas linhas com cinco algarismos: por

veredas oppostas passariamos das linhas para os arcos. Ex. gr. dada a secante 140.85 achariamos o arco determinando o seu coseno, ou dividindo 100.000 por 140.85. Além disto cumpre notar, que ao cálculo de proporções taes como $1 : \text{tg. } a :: b : x$, ou $1 : \text{sec. } g :: c : y$, deveremos substituir o de outros taes como $\text{cos. } a : \text{sen. } a :: b : x$; $\text{cos. } g : 1 :: c : y$.

Problemas relativos aos triangulos rectangulos, e por conseguinte ás derrotas.

47. Bastará notar que, tomando as distancias como hypothenuzas, as latitudes como lados oppostos aos angulos inferiores nos primeiros 45° do quadrante, e superiores nos segundos 45° ; e os apartamentos como lados oppostos aquelles angulos a quem se referem; encontraremos nas taboas resolvidos immediatamente todos os triangulos rectangulos, cujas hypothenuzas não excederem a 100, e cujos angulos constarem de minutos exactamente: havendo decimaes de minuto, as columnas das differenças servirão na fórma dita, e costumada. Para todas as hypothenuzas desde 100 até 100000, o §. 13. e outros, assim como a prática respectiva a taes casos, não deixão dúvida alguma no tocante ao que deveremos fazer; por tanto contentar-me-hei de apontar hum só exemplo, suppondo a hypothenuza equivalente a 9875, e hum angulo a $41^\circ 50'$, pede-se a resolução do triangulo: em quanto aos angulos he assás clara, em quanto aos lados temos

por 98	,,	69.498	,,	69.095
por 75	,,	532	,,	529

lado conj. ao ang. = $\frac{7003.0}{6962.4}$ = lado op. ao ang.

Problemas relativos aos triangulos obliquangulos.

48. Se forem dos solveis por huma simples analogia, estaremos no caso do §. 30., aliás dividiremos a triangulo em dois re-

ctangulos, cuja resolução obteremos pela maneira dita §. 47.: por tanto mencionarei o caso unico de calcular hum angulo por meio dos tres lados. Neste caso procederemos a sommar os lados, e a tirar da semi-somma o lado opposto ao angulo procurado, o que dará hum resto; então procurando defronte de 100 hum dos outros dois lados, determinaremos o numero da linha que na sua columna deve corresponder ao resto mencionado; depois disto, ao outro dos dois lados, á somma de todos, e ao numero da linha, assignalaremos huma quarta proporcional, a quem tiraremos o raio 100, e procurando o que ficar entre os cosenos da linha 100, acharemos correspondente o angulo pedido; cumprindo todavia advertir, que quando não podermos tirar 100, tomaremos o complemento do resultado a respeito de 100, e procurando-o entre os senos respectivos ao mesmo 100 encontraremos o angulo menos 9 dezenas de grão, que facilmente lhe ajuntaremos.

Problemas relativos aos triangulos esfericos rectangulos.

49. Como todos estes se resolvem por huma analogia, estaremos sempre no caso do §. 30., se não preferirmos o uso dos logarithmos.

Problemas concernentes aos triangulos esfericos obliquangulos.

50. Direi por agora o mesmo que nos rectilineos, com tanto que tambem nos sirvamos dos triangulos supplementarios; e que, no tocante ao caso dos tres lados, substituamos as expressões senos dos lados, seno do resto, e dobro do seno da semi-somma, quando se tratar do manejo das taboas.

Problemas preparatorios para os da Navegação alta.

51. Determinar o effeito da inclinação das faces do espelho central. Posto que esta origem de erros se aniquile reduzindo o

espelho a reflectir os raios de luz na sua face anterior, a qual então he a que deve ser collocada parallelamente á do espelho menor; com tudo, se não estamos nestas circunstancias, convirá que para cada instrumento se construa huma taboa privativa pelo methodo assaz sabido, e muito claramente escrito por Mr. Duvalle-Roy, pag. 188; propondo-me transcrever a sua tabella XX. advertirei que, como em iguaes angulos observados os erros são proporcionaes ás inclinações, conhecidos pela taboa os que correspondem a hum minuto de inclinação, e por experiencia o que corresponde á do nosso espelho em hum angulo prefixo (que deve ser assaz grande, e determinado por hum meio tomado entre duas series de observações) acharemos immediatamente as correções relativas aos outros angulos, calculando simplicissimas proporções pelo modo expellido em o §. 30. Mas de qualquer maneira que neste cálculo se proceda, cumprirá notar em que sentido são inclinadas as faces do espelho a respeito da linha vizual, ou do eixo do oculo; pois conforme o vertice do angulo destas faces cabir para cá, ou para lá, do centro do instrumento em relação ao dito eixo, assim variará consequente, e congruente-mente o signal da correção, signal que tambem pôde ser declarado pela experiencia precedentemente referida, pois della se deduzirá se o erro he por falta ou por excesso: e se quizermos servir-nos das taboas na determinação destas correções poderemos obrar da maneira seguinte. Na linha 22 buscaremos a latitude correspondente ao angulo formado pelo eixo do oculo com o espelho menor, e entrando com esta latitude na linha 33 descere-
mos pela columna conjuncta até á linha 99; o numero, que encontrarmos, dividido pelo apartamento do dito angulo, tomado na linha 33, dará hum primeiro quociente: acharemos o segundo, repetindo o procedimento precedente, depois de havermos tirado ao angulo metade daquelle que suppozermos, ou tivermos observado; a differença dos dois quocientes, multiplicada pelo angulo das faces expresso em minutos, deverá produzir a correção procurada, expressa igualmente em minutos de grão.

52. *Corrigir da desviação.* Poderemos seguir qualquer das tres regras abaixo mencionadas; porém talvez se prefira o uso de huma taboa privativa, que por este motivo publicarei appensa, conforme se encontra em Mr. Mendoza, que ampliou a de Mr. de Borda; exceptuarei todavia o angulo de 180°, e procederei como se verá.

I. Regra. Na columna das distancias, existente na pagina do angulo da desviação, entre-se com o seno do semi-angulo observado, a latitude que corresponder a esta distancia na columna do primeiro angulo será o seno do semi-angulo verdadeiro.

II. Regra. Na columna da semi-desviação marque-se o seno, ou apartamento, correspondente á distancia 13751, e considerando-o como distancia torne-se a marcar o apartamento respectivo; com este se entrará na columna das latitudes do semi-angulo observado, e o apartamento que lhe corresponder será o erro.

III. Regra. Na columna do semi-angulo observado marque-se o apartamento correspondente ao quadrado da desviação considerado como distancia, e entrando com esse apartamento na conjuncta columna das latitudes, marque-se a distancia correspondente: o seno de 1' que competir a esta distancia será o erro procurado.

Este erro he sempre subtractivo, mas tornallo-hemos additivo tomando o seu complemento para 1°.

53. *Corrigir da inclinação horizontal.* Veja-se o §. 10.

54. *Corrigir da refração.* Seguindo a regra de Mr. du Sejour, poderíamos obter a refração media procurando na linha 100 o rumo, ou angulo, correspondente á latitude, que encontrassemos na columna da altura apparente, defronte da distancia 99.835; pois tomando a sexta parte da differença dos dois angulos, essa sexta parte seria a refração; mas por poupar trabalho em hum artigo que tanto se repete, ajunto já calculadas estas refrações, e por tanto resta mostrar como deveremos reduzi-las ás effectivas em hum dado estado da atmosfera. Para isso, servindo-nos das regras de Bradley, poderemos achar, ou separada, ou cumulativamente, as correções relativas ao Barometro, e ao Thermome-

tro de Fahrenheit. Querendo-as separadamente, principiaremos calculando o quarto termo de huma proporção, onde o 1.º seja $29^p,6$, o 2.º a differença entre o 1.º e a altura do Barometro, e o 3.º a refração media; entendendo todavia que este terceiro termo pôde alternar com o segundo, e que a mesma alternativa tem lugar em quaesquer proporções: na presente reputaremos o quarto termo augmentativo ou subtractivo da refração media, conforme a altura do barometro for superior ou inferior a $29^p,6$: em fim, depois de calculada a proporção precedente, calcularemos outra onde seja 1.º termo os grãos do thermometro + 350, 2.º o numero 50 menos os mesmos grãos, 3.º a refração media; o 4.º deverá ser augmentado, ou subtrahido, ao 3.º, conforme 50 for maior ou menor do que os grãos do thermometro. Querendo porém applicar ambas as correções simultaneamente, procederemos ao calculo da proporção $25,9 + 0,074$ dos grãos do thermometro, para a altura do barometro, como a refração media, para a verdadeira; calculo que pôde ser dispensado mediante huma taboada respectiva.

55. *Da contracção dos semi-diametros.* Como a contracção dos semi-diametros verticaes provem da differença das refrações, que devem corresponder ás alturas apparentes dos limbos, e dos centros; achada esta differença, teremos nella a respectiva contracção e vice-versa. Esta correção nem sempre he idêntica para os dois semi-diametros, a saber o inferior, e o superior ao centro; ella deve ser applicada no sentido augmentativo, ou no subtractivo, conforme se tratar do limbo superior, ou do inferior: porém poderemos sempre deixar de consideralla huma vez que reduzamos o ponto observado á sua altura verdadeira, applicando á apparente do mesmo ponto a correção da refração que a essa altura compete; pois em summa reportado elle á sua verdadeira posição, teremos a do centro de qualquer astro augmentando-lhe, ou diminuindo-lhe a sua distancia vertical a este centro, conforme se tratar de ponto inferior ou superior ao mesmo centro. Esta reflexão he evidentemente applicavel á parallaxe, que tende a alar-

gar os diametros assim como a refração a encurtallos; effeito este que ainda não lembrou considerar. Mas se he inutil huma taboa que trate do encurtamento dos semi-diametros verticaes, não acontece o mesmo a respeito daquella parte da taboa que mostrar o dos inclinados ao horizonte. Com tudo cumpre que presidião á construcção desta taboa principios assáz diversos dos adoptados presentemente, pois em summa deve a taboa mostrar as differenças entre as respectivas distancias verdadeiras, e apparentes, do centro e limbo do astro, quando este existe em alturas prefixas, e ao mesmo tempo o semi-diametro, que vai ao ponto observado do limbo, fórma com o horizontal hum angulo dado: ora sendo B e B' as alturas verdadeira, e apparente do limbo, e β a media; δ o semi-diametro, e γ o angulo que elle faz com o horizontal; poderemos suppôr que a altura verdadeira do centro he $B \pm \delta \text{ sen. } \gamma$, conforme elle dever estar mais ou menos alto a respeito do ponto do limbo; desta altura derivaremos com toda a facilidade a correspondente altura apparente, cuja differença á verdadeira poderemos designar por Δ' , designando por ϕ a media altura do centro, e por Δ a differença $B - B'$; donde resultará que deveremos determinar quanto diversificação as distancias verdadeira e apparente, do centro e limbo, quando conhecermos a primeira, além das alturas medias do mesmo centro, e limbo; o que conseguiremos mediante o calculo da seguinte

$$\text{formula } \pm x = \Delta + \Delta' - \frac{2 \cos. \frac{1}{2} (\delta + \beta + \phi)}{\text{sen. } \delta} \left(\frac{\Delta}{\cos. \beta} \text{ sen. } \frac{1}{2} (\delta + \beta - \phi) \right.$$

$$\left. + \frac{\Delta'}{\cos. \phi} \text{ sen. } \frac{1}{2} (\delta - \beta + \phi) \right) \text{ formula que na hypothese de ser}$$

$\gamma = 0$, ou $\beta = \phi$, e $\Delta = \Delta'$, da $\pm x = 2 \Delta \text{ tg. } \beta \text{ tg. } \frac{1}{2} \delta$, que poderemos converter em $\pm x = \delta \Delta \text{ tg. } \beta$; de modo que só suppondo Δ produzido unicamente pelas refrações, e que estas são como as tangentes das distancias ao zenith, acontecerá que designando r a refração para 45° de altura, deva ser $\pm x = \delta r$, ou antes $\pm x = 0,000276 \delta$; mas seja a hypothese qual for, teremos

no zenith $\pm x = 0$; e no horizonte (quando $\gamma = 0$, e $\text{tg. } \beta = \beta$)
 $\pm x = 0,0000000423 \delta \Delta^2$.

56. *Das Parallaxes.* Da Ephemeride extrahe-se a parallaxe horizontal equatorial da Lua, e a primeira redução que devemos applicar-lhe he a competente á figura da terra: para este fim servir-nos-hemos do denominado raio relativo, ou R. rel. das taboas, e procurando-o como distancia, o apartamento que lhe corresponder, na columna da parallaxe equatorial, deverá ser a parallaxe horizontal correspondente á latitude de que se trata, e para a qual se tomou o R. rel.; parallaxe que nos dará a de qualquer altura pelo modo expellido em o n.º 14.

57. Para maior simplicidade, não escrevo defronte de R. rel., senão as milésimas, e decimas-milésimas deste raio; suppondo o do equador igual á unidade: pois como as decimas, e centésimas são constantemente representadas pelo numero 99, segue-se que bastará tomar o apartamento correspondente ás referidas milésimas, e decimas-milésimas, contallo como decimal, e ajuntallo ao que estiver defronte de 99, tudo na columna da parallaxe equatorial, para com effeito conhecermos a que lhe corresponde na nossa latitude: aliás poderemos entrar na columna das distancias com o complemento das duas letras do R. rel., e o apartamento respectivo (considerado como decimal, isto he, mudado o ponto duas casas para a esquerda) será justamente a correcção, que deveremos applicar á primeira parallaxe para obter a segunda.

58. *Do augmento do semi-diametro horizontal.* Este augmento he sensivel no tocante á Lua, e como segue muito proxima-mente a razão dos senos das alturas, encontrallo-hemos nos apartamentos, que a essas alturas corresponderem, defronte dos respectivos semi-diametros horisontaes $15'$, $15'\frac{1}{4}$, $15'\frac{2}{4}$, $16'$, $16'\frac{1}{4}$, $16'\frac{2}{4}$, $17'$, marcados ao lado da columna das distancias: deveremos porém contar esses apartamentos, como se as distancias representassem decimas de minuto. Assim teremos, por exemplo, que o augmento correspondente a $44^\circ 46'$ de altura, e $15'$ de diame-
tro horizontal, he 0,18.

59. *Redução das Latitudes.* As latitudes na esfera ficarão reduzidas aos correspondentes angulos no centro da terra, diminuindo-lhes os respectivos angulos da vertical.

60. *Redução das alturas.* Os angulos, das alturas tambem admittem o ser reduzidos aos que devem corresponder-lhes, suppondo o observador no centro da terra; para o que basta entrar com o angulo da vertical na columna das distancias, e a latitude que lhe corresponder, na columna do respectivo angulo azimuthal, deverá ser a correcção, ou equação da altura; subtractiva quando o angulo azimuthal he agudo, e additiva quando obtuzo.

61. Estas reduções fazem que possamos prescindir de outras attenções á figura esferoidal da terra.

62. Mostrarei ainda o uso das projectadas taboas por meio deste exemplo. Observando-se, de frente para o Astro, a altura do limbo inferior da Lua, achou-se de $45^\circ 14'$, quando $15', 67$ era o valor do seu semi-diametro horizontal, e $60', 5$ o da parallaxe horizontal correspondente á latitude do observatorio: a temperatura da atmosfera não differia sensivelmente da media, o instrumento existia em perfeito estado, e os olhos do observador estavam 30 palmos acima do nivel do mar: queremos saber qual era, naquelle instante, a altura verdadeira do centro da Lua.

Alt. ap. obs. C	=	$45^\circ 14'$
Cl. Inc. hor.	=	$55, 51$
Alt. ap. C	=	$45 \quad 09, 51$
Cl. ref. med.	=	$59, 06$
Paral. da alt.	=	$42, 30 +$
		35
Semi-diam. horiz.	=	$15, 67$
Seu augmento	=	19
Altura verd. E	=	$46^\circ 7', 08$

63. Deste exemplo deduz-se, que a passagem da altura appa-
rente da Lua, para a verdadeira do centro, effeituou-se median-

te huma simplicissima somma, e abrindo huma só pagina das taboas; sem calculo algum de partes proporcionaes, e sem recorrer a columnas privativas a este calculo: sendo aliás para observar, que de proposito se procurou altura de Lua, por que requer maior numero de correções; devendo por tanto concluir-se, que maior simplicidade haverá no tocante ás estrellas, e Sol. E se em algumas occasiões houvermos de diminuir os numeros tabulares, como essas são as menos numerosas, nem convinha attendellas com preferencia na construcção das taboas, nem deixaremos de converter quasi totalmente a diminuição em somma, tomando o complemento dos numeros para hum gráo, á maneira do que se praticou com a inclinação horizontal.

64. Permitta-se-me rematar este artigo com a determinação do instante mais proprio para observar a altura de hum astro, a fim de calcular o angulo horario. Sabe-se que este instante he o da passagem do Astro pelo primeiro vertical; por tanto procurando o coseno da distancia polar entre os apartamentos correspondentes á latitude, e passando para a distancia respectiva, deverá esta representar o seno da altura, que mais convem observar para o calculo do angulo horario. Teremos pois que, na latitude de 45° , quando a distancia polar for de $45^\circ 14'$, deveremos observar o Astro quando estiver na altura designada pelo seguinte calculo

$$\text{Cos. } 45^\circ 14' = 70.422 \quad \text{,, } 99.591 = \text{sen. } 84^\circ 49'$$

$$\begin{array}{r} 004 \\ \hline 418 \\ \hline 719 \\ \hline 71 \end{array}$$

escuzallo-hemos servindo-nos de huma adequada taboa.

Problemas da Navegação alta.

65. *Conhecendo a altura verdadeira, a declinação, e a latitude, calcular o angulo azimuthal.* Escreveremos em columna a latitude, a altura, a distancia polar, a somma destes tres arcos, a sua semi-somma, e esta semi-somma menos a distancia, o que dará seis arcos, que denominaremos $1.^\circ$, $2.^\circ$, &c. até $6.^\circ$: depois, tomando as taboas, e procurando 200 como latitude do arco $1.^\circ$, marcaremos a que na mesma linha corresponder ao $5.^\circ$, esta, procurada entre as do arco $2.^\circ$ mostrará outra na mesma linha, mas na columna do $5.^\circ$; a differença desta ultima latitude a 100, procurada como tal latitude defronte de 100, fará conhecer o angulo pedido, que deverá ser agudo ou obtuso, conforme for $100 < \text{ou} >$ que a differença.

Exemplo.	}	Arc. $1^\circ = 10^\circ 20',00$	Lat. $1.^\circ = 146.85$
		$2^\circ = 6^\circ 20,01$	$2.^\circ = 72.916$
		$3^\circ = 104^\circ 9,97$	Cl. = 27.054
		$4^\circ = 120^\circ 49,98$	Ang. azim. = <u>$105^\circ 42'$</u>
		$5^\circ = 60^\circ 24,99$	
		$6^\circ = 43^\circ 44,98$	

66. *Conhecendo o angulo horario, a latitude, e a declinação, determinar a altura.* Buscaremos na linha 100 os apartamentos correspondentes á distancia polar, e á somma desta distancia com a latitude; entrando com o primeiro na columna das distancias, seguiremos a sua linha até encontrar a columna do angulo equivalente á latitude do navio, e ali marcando a tabular respectiva, escreveremos o seu complemento para 100: com esta ultima latitude voltaremos ás distancias, para seguir a sua linha até á columna do angulo horario; onde encontraremos outra latitude; então escrevendo esta terceira latitude, ou o seu complemento para 100, conforme o angulo horario for agudo ou obtuso, sommaremos os dois ultimos numeros com o segundo

apartamento, e depois de descontados os complementos restará hum terceiro apartamento, que na linha 100° deverá mostrar a altura pedida.

Exemplo	}	Arco 1° = 104° 9',97	Apart. 1° = 96,959
		2° = 10 20,00	2° = 90,996
		3° = 114 29,97	Cl. da lat. 1. ^a = 4,614
		4° = 80 42,00	lat. 2. ^a = 15,415
		pedido = 6 20,00	Som. = 11,025

67. Conhecendo a altura verdadeira de hum astro, a sua distancia ao polo superior, e a latitude de bordo, calcular o angulo horario. Escreva-se a latitude, e logo immediatamente a distancia, a altura, a somma destes tres arcos, a sua semi-somma, e esta semi-somma menos a altura, o que dará seis arcos. Buscando então 200 entre as latitudes do arco 1°, marcaremos na sua linha o apartamento correspondente ao 6°; e procurando-o entre os do arco 2° marcaremos a latitude que na mesma linha corresponder ao 5°; o complemento della para 100, buscado entre as da linha 100, mostrará, ou o angulo horario, ou o seu supplemento, conforme o complemento for por falta ou por excesso.

Exemplo	}	Arco 1° = 10° 20',00	Apartamento = 167,05
		2° = 104 9,97	
		3° = 6 20,01	Latitude - - = 83,832
		4° = 120 49,98	Cl. - - - - = 16,168
		5° = 60 24,99	
		6° = 54 4,98	Ang. hor. - = 80° 42'

68. Conhecida a differença dos tempos em que hum ou dois astros, cheguão a hum mesmo almicantharath, quer da mesma, quer de diversas partes do meridiano; e conhecidas, tanto as distancias polares, e a differença das ascensões rectas dos astros, nos instantes das observações, como a latitude do observador, determinar a hora de bordo. Exemplo, que póde servir de modelo, e de regra geral.

Interv. das obs.	= 13° 4',40		
Dif. das ascen. rec.	= 23 9,40		
Resto	= 10 5,00		
Semi-resto	= 5 2,50	log. tg.	= 8,94557
Dist. polar	maior = 86 41,50	log. cot. a	= 0,95032
	menor = 73 53,87	log. tg. b	= 0,76692
Dif.	= 12 47,67	Som.	= 0,66281
Semi-differ.	= 6 23,83	= a. He log. tg. arc. subs. M.	
mais a menor	= 80 17,66	= b. log. tg.	= 0,76692
Latit. do Nav.	= 38 42,67	log. tg.	= 9,90389
Semi-rest. supr.	= 5 2,50	Cl. log. cos.	= 0,00168
Arc. subsid. M	= 77 44,22	log. cos.	= 9,32716
$\frac{1}{2}$ S - M	= 2 18,78	Som.	= 9,99965
Angulo horario	= 85 5,50	He log. cós. ($\frac{1}{2}$ S - M)	

Observações.

1.^a Tratando-se de hum só astro, cumprirá que elle mude sensivelmente de declinação no intervallo das duas passagens.

2.^a Quando, neste intervallo, o navio mudar de posição, corrigillo-hemos conforme direi na collecção das minhas memorias navaes.

3.^a Fazendo o intervallo = i , a differença das ascensões rectas = Δ , a somma das distancias polares = σ , e a sua differença = δ ; se chamarmos λ á latitude, resultará concluirmos, que o precedente calculo deriva das formulas $\text{tg. } \frac{1}{2}(\Delta - i) \text{ ctg. } \frac{1}{2}\delta \text{ tg. } \frac{1}{2}\sigma = \text{tg. } M$; $\text{tg. } \lambda \cos. M \text{ sec. } \frac{1}{2}(\Delta - i) \text{ (tg. } \frac{1}{2}\sigma = \cos. (\frac{1}{2}S - M))$; formulas extrahidas da equação $\text{tg. } \lambda (\cos. D - \cos. D') = \text{sen. } D' \cos. h - \text{sen. } D \cos. H$, onde D e D' representão as distancias polares; h e H os dois angulos horarios nos instantes das observações: ora, no caso chamado das alturas correspondentes, podemos suppor $D' = D + dD$, e $h = H - dH$, o que dá $\frac{1}{2} dH = \frac{1}{2} dD ((\text{tg. } \lambda : \text{sen. } H) - (\text{cot. } D : \text{tg. } H))$ que he precisamente a equação para o respectivo calculo

da hora ; calculo que simplificaremos por meio de apropriadas Taboas.

4.^a Se na hypothese, aqui seguida, quizessemos prescindir da latitude estimada, careceriamos de fazer tres observações, e procederiamos ao calculo que em outro lugar publicarei.

69. *Dados, observados, ou calculados, os angulos horarios de dois astros conhecidos, quando estes existem no mesmo almicantharath desconhecido, achar a latitude do observador. Exemplo.* Em hum almicantharath desconhecido observamos Menkar, quando o relógio apontava $7^h \frac{1}{4}$ da tarde; $52' 9''$ depois vimos Aldebaran no mesmo almicantharath: estes astros, tendo passado pelo meridiano, voltarão ao dito almicantharath, a saber, Menkar pelas $5^h 13' 22''$ da manhã, e Aldebaran pelas $7^h 25' 57''$ immediatos: as suas distancias polares são $86^\circ 41' 30''$ e $73^\circ 53' 50''$, pergunta-se em que latitude estava o observador.

Distancia	{ maior	=	$86^\circ 41' 30$
polar	{ menor	=	$73 53,83$

Differença = $12 47,67$

Semi-differença	=	$6 23,83$	„ cot. =	$0,95032$
-----------------	---	-----------	----------	-----------

mais a menor	=	$80 17,66 = a$	„ tag. =	$0,76692$
--------------	---	----------------	----------	-----------

Horas de	{ 2^{as}	=	$17^h 13' 22''$	tg. b =	$0,75553$
----------	-------------------	---	-----------------	---------	-----------

Menkar	{ 1^{as}	=	$7 15 00$	„	
--------	-------------------	---	-----------	---	--

som. = $2,47277$

He log. cot. y

Differença = $9 58 22$

$\frac{1}{4}$ da Dif. ou	{ temp.	=	$2 29 35 30$
--------------------------	---------	---	--------------

$\frac{1}{2}$ Ang. hor. em	{ grãos	=	$37^\circ 23' 32''$
----------------------------	---------	---	---------------------

Corr. 1. ^a additiva	=	$370 230 520$
--------------------------------	---	---------------

Somma = $37 30 6$

Corr. 2. ^a subtract.	=	$296 184 416$
---------------------------------	---	---------------

ou - - -	=	$4 59 11$
----------	---	-----------

$\frac{1}{2}$ Ang. hor.	{ Menk.	=	$37 30,01$
-------------------------	---------	---	------------

correcto de	{ Aldeb.	=	$42 32,50$
-------------	----------	---	------------

Differença =	$5 2,49$	„ cot. a =	$9,23308$
--------------	----------	------------	-----------

Somma =	$80 2,51 = b$	„ cos. =	$9,23788$
---------	---------------	----------	-----------

y - - =	$0 11,57$	„ cl. sen. =	$2,47278$
---------	-----------	--------------	-----------

y mais a dif. prec.	=	$5 14,06$	„ sen. =	$8,96015$
---------------------	---	-----------	----------	-----------

Latitude =	$38^\circ 42', 7$	{ Som. =	$9,90389$
		{ He log. tg. latitude	

70. Huma das quatro observações he desnecessaria quando não queremos verificar, ou a boa execução dellas, ou a marcha do relógio. Estas observações tornarão capazes de serviço aquelles instrumentos de reflexão, que já o não forem relativamente ás do costume.

71. *Determinar o angulo horario, o azimuthal, e a latitude verdadeira, quando, além da estimada, conhecemos duas alturas de hum mesmo astro, e a sua distancia polar supposta constante no intervallo das observações, que tambem supomos conhecido. Regra geral para o calculo do angulo horario.*

I. Buscando 100 entre os apartamentos na columna da distancia, marcaremos na mesma linha a latitude correspondente á semi-somma das alturas. II. Buscando esta latitude entre os apartamentos do semi-intervallo, reduzido a grãos, marcaremos na mesma linha o que corresponder á semi-differença das alturas. III. Buscando este apartamento entre as latitudes tabulares existentes na columna da estimada, passaremos para a distancia respectiva, a qual, considerada como apartamento pertencente á linha 100, fará conhecer hum angulo subsidiario, cuja differença ao semi-intervallo será justamente o valor do angulo horario correspondente á maior altura.

Regra para o calculo do angulo azimuthal.

Buscando 100 entre as latitudes existentes na columna da maior altura, marcaremos na mesma linha o apartamento correspondente á distancia polar; e contando-o como distancia tabular

marcaremos o que lhe corresponder na columna do angulo horario ; este , procurado na linha 100 , fará conhecer a amplitude da altura , ou o complemento do angulo azimuthal.

Poderemos tambem seguir neste calculo a vereda , que you patentear. Marcadas na linha 100 as latitudes correspondentes á maior altura , e á declinação , subiriamos pela columna da 1.^a até encontrar a 2.^a , e na linha desta marcando o apartamento correspondente ao angulo horario , será esse apartamento aquelle que , procurado na linha 100 , mostrará o sobredito complemento do angulo azimuthal.

Poderiamos ainda obrar pela maneira seguinte , que transcrevo para dar idéa dos diversos modos de manejar as taboas. Depois de marcar na linha 100 , quer as latitudes correspondentes á maior altura , e á declinação , quer o apartamento competente ao angulo horario , suba-se pela columna da primeira quantidade até encontrar huma das outras ; onde a linha desta se cruzar com a columna da que restar , existirá huma quarta quantidade , que será o apartamento correspondente , na linha 100 , ao mesmo sobredito complemento. Este apartamento cahiria desde logo na sua linha , se principiássemos subindo pela columna da 2.^a ou 3.^a quantidade , até encontrar a 1.^a

Regra para o calculo da latitude.

Buscando na linha 100 os apartamentos correspondentes á distancia polar , e á maior altura , escreveremos o segundo , e entrando com o primeiro nas distancias tabulares , marcaremos a respectiva latitude na columna do angulo da latitude estimada ; e escrevella-hemos ; depois considerando-a como distancia , marcaremos a latitude , que lhe corresponder na columna do angulo horario , passando a escrevella , ou o seu complemento , conforme o angulo horario exceder , ou não , a 90° : ultimamente , sommando os tres numeros escritos , e entrando com a somma nos apartamentos da linha 100 , conheceremos a altura meridiana do astro , e por consequencia a latitude.

Poderiamos aliás conhecer immediatamente esta latitude , achando a semi-differença , e a semi-somma do angulo horario com o azimuthal , e assim tambem metade da differença entre 90° , e a somma da distancia polar com a menor altura ; depois ajuntando o complemento do logarithmo do seno do 1° arco , com o logarithmo do seno do 2° , e o logarithmo da tangente do 3° , teremos o da cotangente de hum 4° arco de circulo , cujo dobro menos 90° deve equivaler á latitude.

72. Dada , ou observada , a distancia apparente da Lua ao Sol , ou a huma estrella ; e conhecendo as simultaneas alturas apparentes dos astros observados , determinar a distancia verdadeira , e a longitude de bordo. Determinando a differença das duas distancias , e conhecendo a primeira , conheceremos a segunda ; com tanto que tambem determinemos o sentido em que a differença existe.

Regra geral.

I. A's alturas apparentes applicaremos metade das correccões , que deveriamos applicar-lhes , se quizessemos assignalar as correspondentes alturas verdadeiras ; e reportando-as aos centros dos dois astros , chamar-lhes-hemos semi-correctas. II. Escreveremos successivamente , e em columna , as alturas semi-correctas do Sol , ou Estrella , e da Lua ; a distancia apparente dos centros dos dois astros , a somma destes tres arcos , a sua semi-somma , a mesma semi-somma menos a primeira altura , e a mesma semi-somma menos a segunda altura : ao lado das alturas escreveremos tambem as correccões totaes , que denominaremos 1.^a e 2.^a , escrevendo outro sim apoz a 2.^a o seu complemento para hum gráo. III. Buscaremos a correccão 1.^a na columna das latitudes do arco 1° , e na sua linha marcaremos o apartamento correspondente ao arco 7° , e será esse o apartamento 1° . IV. Semelhantemente , procurando a correccão 2.^a entre as latitudes do arco 2° , marcaremos na sua linha o apartamento respectivo ao arco 6° , e chamar-lhe-hemos 2° . V. Diminuindo o 1° apartamento do 2° , (diminuição que podere-

mos converter em somma por meio dos complementos) buscaremos o resultado entre os apartamentos do arco 3°, e na sua linha marcaremos a latitude correspondente ao 5° arco. VI. Somando então duas vezes esta latitude com a correccção 1ª, o complemento da 2ª, e a distancia apparente, descontaremos hum gráo, e teremos a distancia verdadeira.

Exemplo.

Arco 1° =	6° 23',79	,,	Corr. 1ª =	7',55	Apart. 1° =	3',83
2° =	54 27,80		2ª =	31,70	2° =	53,45
3° =	108 42,05		Cl. =	28,30		
					Differen. =	49,62
4° =	169 33,64					
5° =	84 46,82		Latitude =	4,82		
6° =	78 23,03		Corr. 1ª + Comp. da 2ª - - =	35,85		
7° =	30 19,02					
			}		Distancia	appar. = 108° 42,05
						verdad. = 108 27,54

Observações.

1.ª As semi-correccções poderão deixar de ser applicadas todas as vezes, que effituarmos as observações em circumstancias favoraveis a esta simplificação; o que exporei mais largamente nas minhas memorias naveas: onde tambem mostrarei, que poderemos attender á esphericidade da terra, ou fazendo este calculo só com a differença de tomarmos por alturas apparentes as correctas do effeito do angulo da vertical; ou procedendo a dois calculos semelhantes, a saber; 1° contando com as correccções devidas á refração; e assim obteremos a distancia verdadeira, vista da superficie da terra; 2° partindo desta distancia, e das alturas correctas, tanto da refração como do sobredito effeito do angulo da vertical, e tomando por correccções as procedentes da paralaxe; o que deverá conduzir-nos á distancia verdadeira tal qual

deve corresponder ao centro da terra. Bem entendido, que as correccções, relativas á refração, serão em todos os casos referidas ás alturas apparentes propriamente taes, e não a outras quaesquer, que lhes substituamos.

2.ª No manejo das taboas será bastante contar os arcos primeiro até setimo em grãos, e minutos; vindo consequentemente a não precisar calculo algum de partes proporcionaes.

3.ª Quando se trata de descobrir a distancia verdadeira calculando a sua differença a respeito da apparente, cuida que este methodo he actualmente o mais simples, sem aliás lhe faltar a exactidão precisa; elle tem a vantagem de proceder sempre com uniformidade, e até de marchar com passos tão semelhantes, que deve entrar, e firmar-se com facilidade, na memoria de quem quizer apreellido, e executallo.

4.ª Em quanto aos methodos que passam de hum para a outra distancia, calculando a verdadeira, como não conheço algum que deva preferir áquelle, cujo calculo pratico está tão facilitado pelas taboas de Mr. Mendosa; e como cuida que a construcção destas taboas não está patenteada aos olhos do publico; parece-me que não serei inutil procurando patentealla, e por consequencia tornando menos empyrico o uso das mesmas taboas.

Taboas de Mr. Mendosa.

73. Sabe-se que se λ e λ' representarem as alturas verdadeira, e apparente do centro da Lua, σ e σ' as simultaneas do Sol ou Estrella, δ e δ' as correspondentes distancias dos centros; deve ser

$$\frac{\cos. \delta - \text{sen. } \lambda \text{ sen. } \sigma}{\cos. \lambda \cos. \sigma} = \frac{\cos. \delta' - \text{sen. } \lambda' \text{ sen. } \sigma'}{\cos. \lambda' \cos. \sigma'} \quad (\Delta)$$

desta equação A deduz-se

$$\frac{\cos. \delta - \cos. (\lambda - \sigma)}{\cos. \lambda \cos. \sigma} = \frac{\cos. \delta' - \cos. (\lambda' - \sigma')}{\cos. \lambda' \cos. \sigma'} \quad (\text{B})$$

$$\cos. \delta = \cos. (\lambda - \sigma) + \frac{\cos. \lambda \cos. \sigma}{\cos. \lambda' \cos. \sigma'} (\cos. \delta' - \cos. (\lambda' - \sigma'))$$

desta ultima equação, suppondo $\cos. \sigma : 2 \cos. \sigma' =$ a huma constante k , e $k \cos. \lambda : \cos. \lambda' = \cos. \varphi$, deduzio Mr. Kraft, $\text{sen. } \delta = \text{sen. } v. (\lambda - \sigma) + \text{sen. } v. (\delta' + \varphi) + \text{sen. } v. (\delta' - \varphi) - \text{sen. } v. (\lambda' - \sigma' + \varphi) - \text{sen. } v. (\lambda' - \sigma' - \varphi)$.

74. Mr. Mendosa, quer no conhecimento dos tempos de 1796, quer na sua obra intitulada *Recherches sur les solutions des principaux problemes de l'astronomie nautique*, impressa em Londres no anno 1797, quer nas taboas que deu á estampa em Madrid no anno 1800, quer em fim nas actuaes de que estou tratando, serve-se deste mesmo raciocinio applicado á formula A, mas deduzindo della a seguinte, que tambem he assaz conhecida, e que com effeito he mais vantajosa ou facil na prática,

$$\frac{\cos. \delta + \cos. (\lambda + \sigma)}{\cos. \lambda \cos. \sigma} = \frac{\cos. \delta' + \cos. (\lambda' + \sigma')}{\cos. \lambda' \cos. \sigma'} \quad (C)$$

donde vem a resultar $\text{sen. } v. \delta = \text{sen. } v. (180^\circ - \lambda - \sigma) + \text{sen. } v. (\delta' + \varphi) + \text{sen. } v. (\delta' - \varphi) + \text{sen. } v. (\lambda' + \sigma' + \varphi) + \text{sen. } v. (\lambda' + \sigma' - \varphi) - 4$; formula que converte em

$$4 + \text{sen. } v. \delta = \text{sen. } v. (\lambda + \sigma) + (\text{sen. } v. (\delta' + \varphi) + \text{sen. } v. (\delta' - \varphi)) + (\text{sen. } v. (\lambda' + \sigma' + \varphi) + \text{sen. } v. (\lambda' + \sigma' - \varphi))$$

chamando suseno verso de $\lambda + \sigma$ a $\text{sen. } v. (180^\circ - \lambda - \sigma)$.

75. Com effeito na Taboa XI., os numeros III. equivalem a 4, ou quatro vezes o raio, mais o seno-verso dos angulos marginaes; e os numeros II. representão os susenos versos dos angulos á margem, menos hum grão, o que he motivado, porque nas alturas do Sol, ou estrellas, em vez de se diminuir o effeito da refração, ajunta-se o seu complemento para hum grão, que não se desconta, e por tanto vem as alturas resultantes a conter hum grão mais do que devem. Na mesma Taboa os numeros I. equivalem ás sommas dos senos-versos naturaes das sommas, e differenças dos dois angulos dos argumentos, a saber; o vertical, e o horizontal mais 60° : a ommissão destes 60° corresponde á prati-

cada na Taboa X., melhorando nisto a sua correspondente na edição de Madrid; pois em vez de se mostrar na mesma Taboa X. o valor de φ , mostra-se tão sómente o de $\varphi - 60^\circ$, deduzido da equação $k \cos. \lambda : \cos. \lambda' = \cos. \varphi$: na tabella parcial, que eu analyzei, differe k muito pouco de 0,500134, valor que lhe foi attribuido por Kraft: outro melhoramento he patenteado pela margem da mesma Taboa, nas columnas addicionaes, pois nestas se encontra a correção correspondente a varias alturas do Sol, e das estrellas; correção que poderemos deduzir de equações taes como a seguinte, onde supponho que 20° designe aquella altura do Sol, da qual resulta $\cos. \sigma : 2 \cos. \sigma' = k$, e Δ a differença entre o verdadeiro φ e o das taboas, que chamarei φ' : com effeito acharemos, que deve ser muito proximamente

$$\text{sen. } \Delta = \cot. \varphi' \left(1 - \frac{\cos. \sigma}{\cos. \sigma'} \times \frac{\cos. 20^\circ}{\cos. 19^\circ 57' 24''} \right) \text{ ou}$$

$$\text{sen. } \Delta = \cot. \varphi' (1 - 0,99973 \cos. \sigma : \cos. \sigma')$$

de modo que, fazendo $0,99973 \cos. \sigma : \cos. \sigma' = \text{sen. } v. x$, será $\text{sen. } \Delta = \cot. \varphi' \cos. x$.

76. Na primeira Ephemeride Conimbricense, obra verdadeiramente digna da illustre penna que lhe deu o ser, lê-se tambem hum methodo de calcular a distancia verdadeira, cuja demonstração (segundo penso) não vio ainda a luz pública; por isso rematarei o artigo presente, dizendo em summa, que o calculo alli expellido he tal, qual deve derivar-se da formula B; depois de transformada como indicação as seguintes

$$\cos. \delta = \cos. (\lambda - \sigma) - \left(\frac{\cos. \lambda \cos. \sigma}{\cos. \lambda' \cos. \sigma'} \right) (\cos. (\lambda' - \sigma') - \cos. \delta')$$

$$\cos. \delta = \cos. (\lambda - \sigma) - \frac{(\cos. (\lambda - \sigma) + \cos. (\lambda + \sigma)) (\cos. (\lambda' - \sigma') - \cos. \delta')}{\cos. (\lambda' - \sigma') + \cos. (\lambda' + \sigma')} \quad (M)$$

$$\cos. \delta = \cos. (\lambda - \sigma) - \frac{\cos. (\lambda - \sigma) + \cos. (\lambda + \sigma)}{\cos. (\lambda' - \sigma') + \cos. (\lambda' + \sigma')} \cos. \delta'$$

$$\text{mas } \frac{\cos. (\lambda' - \sigma') + \cos. (\lambda' + \sigma')}{\cos. (\lambda' - \sigma') - \cos. \delta'} = 1 + \frac{\cos. (\lambda' + \sigma') + \cos. \delta'}{\cos. (\lambda' - \sigma') - \cos. \delta'}, \text{ logo}$$

$$\cos. \delta = \cos. (\lambda - \sigma) - \frac{\cos. (\lambda - \sigma) + \cos. (\lambda + \sigma)}{\cos. (\lambda' + \sigma') + \cos. \delta' + 1}$$

equação que, para ser resolvida com o socorro das Taboas I.; e IV. da Ephemeride, convém que se transforme em

$$60 \cos. \delta = 60 \cos. (\lambda - \sigma) - (60 \cos. (\lambda - \sigma) + 60 \cos. (\lambda + \sigma)) \left[60 : (60 + (60 \cos. (\lambda' + \sigma') + 60 \cos. \delta')) \right]$$

77. Da equação M (adoptada pelo Senhor Travassos em 1805) substituindo os senos versos nos cosenos, resultaria s. v. $(180^\circ - \lambda' + \sigma')$ - s. v. $(\lambda' + \sigma')$: s. v. $(180^\circ - \lambda + \sigma)$ - s. v. $(\lambda + \sigma)$: s. v. δ' - s. v. $(\lambda' - \sigma')$: s. v. δ - s. v. $(\lambda + \sigma)$, proporção na qual, bem como nas formulas precedentes, supponho tacitamente $\lambda > \sigma$, pois aliás em vez de $\lambda - \sigma$ escrevera $\lambda + \sigma$; ora os senos versos parecem preferíveis na prática aos cosenos por não mudarem de signal quando os arcos passam de 90° ; em consequencia do que não produzem mudanças de sommas em diminuições, e vice versa: introduzindo-os na equação C, resultará s. v. $(180^\circ - \lambda' - \sigma')$ - s. v. $(\lambda' - \sigma')$: s. v. $(180^\circ - \lambda - \sigma)$ - s. v. $(\lambda - \sigma)$: s. v. $(180^\circ - \lambda' - \sigma')$ - s. v. δ' : s. v. $(180^\circ - \lambda - \sigma)$ - s. v. δ , proporção onde $180^\circ - \lambda' - \sigma'$ representa a somma das distancias apparentes ao Zenith, $\lambda' - \sigma'$ a differença das mesmas distancias; $180^\circ - \lambda - \sigma$ a somma das distancias verdadeiras ao Zenith, e $\lambda - \sigma$ a differença destas distancias: ultimamente observarei que conforme supozessemos

$$\frac{2(s. v. (\lambda' - \sigma') - s. v. \delta')}{s. v. (\lambda' - \sigma') + s. v. (\lambda' + \sigma') - 2} = s. v. x, \text{ ou}$$

$$\frac{2(s. v. (180^\circ - \lambda' - \sigma') + s. v. (180^\circ - \delta') - 2)}{s. v. (180^\circ - \lambda' - \sigma') + s. v. (180^\circ - \lambda' + \sigma') - 2} = s. v. (180^\circ - x)$$

assim resultaria s. v. $(\lambda - \sigma) - \frac{1}{2} s. v. x$ (s. v. $(\lambda - \sigma) + s. v. (\lambda + \sigma) - 2$) = s. v. δ , ou s. v. $(180^\circ - \lambda - \sigma) - \frac{1}{2} s. v. (180^\circ - x)$

(s. v. $(180^\circ - \lambda - \sigma) + s. v. (180^\circ - \lambda + \sigma) - 2$) = s. v. δ ; e x representará em ambos os casos a differença dos azimuths dos dois astros.

78. Do conhecimento das alturas, e distancias, mencionadas no problema precedente, deduzir a longitude, a latitude, a variação, e a hora de lodo.

Regra geral.

I. Reputando parallaxe, e diametro horizontal da Lua para a hora da observação, a parallaxe, e o diametro, que na Ephemeride corresponderem (no dia da mesma observação) ao instante que mais se lhe avisinhar, calcularemos como no problema precedente huma primeira distancia verdadeira.

II. A Ephemeride mostrará qual hora, no seu meridiano, corresponde á distancia calculada; e para essa, que será muito proxima á da observação, calcularemos novamente a parallaxe, e o diametro horizontal da Lua, procedendo immediatamente ao calculo de outra distancia, que chamaremos correcta; e com ella descobriremos a hora respectiva no semi-meridiano da Ephemeride.

III. Para esta hora calcularemos as distancias polares dos dois astros, com as quaes, e com a distancia correcta, determinaremos o angulo desta distancia com a polar do Sol, ou Estrella.

IV. Com as alturas verdadeiras, e com a distancia correcta, determinaremos o angulo desta distancia com o vertical do Sol, ou Estrella.

V. Com a differença dos dois angulos precedentes, com a altura, e com a distancia polar do Sol, ou Estrella, determinaremos, 1.º a latitude, 2.º o angulo azimuthal, 3.º o angulo horario, se não quizermos antépôr a determinação dos angulos á da latitude, mediante as formulas de Neper.

VI. A differença entre o angulo azimuthal calculado , e o que deveremos ter observado , fará conhecer a variação da agulha : conheceremos a longitude combinando o angulo horario com a hora correcta do semi-meridiano da Ephemeride.

Regra para o calculo do numero III.

79. Escreva-se em columna a distancia correcta dos centros, a polar do Sol, ou Estrella, e a da Lua, a somma de todas, a sua semi-somma, e esta semi-somma menos a ultima distancia; procurando então 200 entre os apartamentos do arco 1°, marcaremos o que na mesma linha corresponder ao ultimo, e buscando-o na columna dos do arco 2°, marcaremos o que na sua linha corresponder ao penultimo: a este subtrahiremos 100, e conforme elle for maior, ou menor do que 100, assim o resto, procurado entre as latitudes da linha 100, mostrará o angulo de que se trata, ou o seu supplemento.

Regra para o calculo do numero IV.

80. Esta regra, que poderia ser tal qual a precedente, se ás distancias polares substituíssemos as correspondentes distancias ao Zenith, mudar-se-ha na seguinte, se preferirmos o emprego das alturas verdadeiras. Escreva-se em huma columna a distancia correcta dos dois astros, a altura verdadeira do Sol, ou Estrella, a altura verdadeira da Lua, a somma destes tres arcos, a sua semi-somma, e esta mesma semi-somma menos a altura da Lua: procurando então 200 entre os apartamentos do arco 1°, marcaremos o que na mesma linha corresponder ao ultimo; e entrando com elle na columna das latitudes do arco 2°, marcaremos a que na linha delle corresponder ao arco penultimo: o complemento desta latitude para 100, procurado na linha 100, mostrará o arco pedido, ou o seu supplemento; conforme ella for menor ou maior do que 100.

Regra para o calculo da latitude.

81. Dos dois angulos precedentes deduz-se o parallactico do Sol, ou Estrella, e escreva-se consecutivamente 1.º a distancia deste astro ao Pólo superior, 2.º a sua altura verdadeira, 3.º a somma dos arcos 1º e 2º, 4.º o sobredito angulo parallactico: buscando então na linha 100 os apartamentos dos arcos 1º e 3º, entraremos com o primeiro na columna das distancias, e marcaremos a latitude, que lhe corresponder na columna das do arco 2º; com esta, como distancia, iremos tambem determinar a latitude que no 4º arco lhe corresponder, e accrescentalla-hemos, ou tiralla-heimos á sua precedente, conforme o angulo parallactico for obtuso ou agudo; o resultado, subtrahido do segundo apartamento, e procurado como tal na linha 100, deverá mostrar-nos a latitude.

Regra para o calculo do angulo azimuthal.

82. Entrando com o primeiro apartamento, da regra precedente, na columna das latitudes tabulares correspondentes á do navio, marcaremos na sua linha o apartamento correspondente ao angulo parallactico; este apartamento, buscado como tal na linha 100, deverá iudicar-nos o valor do angulo azimuthal.

Regra para o calculo do angulo horario.

83. Na linha 100 marcaremos a latitude correspondente á altura do Sol, ou Estrella, e entrando com esta latitude tabular na columna das que corresponderem á do navio, marcaremos na sua respectiva linha o apartamento que encontrarmos pertencente ao angulo parallactico: este apartamento, procurado entre os da linha 100, mostrará o angulo pedido.

Conclusão.

84. Tendo dado huma idéa da construcção , e dos usos das novas Taboas , assim como de alguns additamentos que devem ter , para maior commodidade do seu possuidor ; concluirei a presente memoria , recapitulando os accrescentamentos que esta commodidade parece exigir , os quaes se reduzem a humas vinte paginas de taboas analogas ás que Mr. Mendosa demarcou com os numeros 1,5,8,23,24,25,26,27,28,29,30,31,32,33,36,37, 38 e 41 , ajuntando-lhes a 20^a de Mr. Duval , e a 11^a de Mr. Makay. E digo analogas , pois , por exemplo , na 5^a em vez de factores preferirei as correccões propriamente taes , transformando-as todas em additivas , ou positivas , mediante hum artificio tão simples quão geralmente applicavel ; pois bastará que a todas as quantidades augmentemos huma superior á maior das negativas , e cuja subtracção seja facillima ; tal pôde ser 1' no caso desta taboa 5^a : assim também na das marés convirá consultar os trabalhos de Mr. Romme ; e encurtando algumas das outras , reduzir em todas os segundos a decimaes de minuto ; além do que formarei a taboa 8 conforme com os principios desenvolvidos no §. 55.

85. Tanto nestas taboas , como nos methodos de calcular , que modifico , ou torno mais exactos , ou de novo proponho sem ser superfluo , venho a publicar o que a minha reflexão , a minha experiencia , e os meus estudos navaes , me fazem parecer mais conveniente e preferivel nas materias de que tenho tratado ; as quaes serão mais largamente discutidas , se com effeito a voz pública me animar , confirmando o conceito que formo das vantagens , quer das taboas , quer dos calculos.

Nota relativa ao §. 17. Se entre as latitudes crescidas , e os logarithmos dos senos , collocarmos linhas taes quaes as seguintes

D. lg. $\left\{ \begin{array}{l} 1' \\ \text{sen.} \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21 \\ 12, 7, 1, 1, 2, 3, 3, 4, 4, 5, 6, 6, 7, 8, 8, 9, 9, 10, 11, 11, 12, 12, 13 \end{array} \right.$

facilitaremos todo o calculo logarithmico , o que he evidente : pois , por exemplo , no tocante aos numeros , se quizermos o logarithmo de 70572 , vendo nas taboas o de 70567 , cuja differença para o numero proposto he 5 ; e vendo que a esta corresponde a logarithmica 3 , concluiremos que $\log. 70572$ (em quanto ás decimaes) he $84860 + 3$, ou 84863 ; ajuntando-lhe agora a caracteristica , o que he bem facil , teremos $\log. 70572 = 4,84863$. Semelhantemente , se quizermos o logarithmo de 7057 , ou servir-nos-hemos do de 70567 com huma unidade menos na caracteristica ; ou , se precisarmos maior exactidão , determinaremos primeiro o de 70570 , e tirar-lhe-hemos a mesma unidade. Por outro lado , a differença por 1' , que neste caso he 12,7 , multiplicada pelas partes decimaes de minuto , a que deveremos attender , produzirá promptamente a que houver de corresponder a estas partes : assim , querendo nós o $\log. \text{sen. } 44^{\circ} 53', 7$, acharemos que deve ser $9,84860 + 12,7 \times 0,7 = 9,84860 + 8,9 = 9,84869$.

Nota relativa ao §. 78. Parte V. Quando o Zenith , e o Pólo superior cahirem para diversos lados da distancia , o angulo parallactico será igual á somma dos dois precedentes em quanto a hum dos Astros , e ao supplemento desta somma para 360° em quanto ao outro : convirá pois evitar a observação nestas circumstancias , se quizermos que a regra do calculo pratico seja sempre a mesma.

Nota relativa ao §. 81. Esta regra pôde ser mais semelhante á do paragrafo 66.

Nota relativa aos §§. 82. e 83. A estas duas regras poderemos substituir a seguinte. Marcado na linha 100 o apartamento correspondente ao angulo parallactico , entre-se com elle na co-

lunna das latitudes tabulares correspondentes á do navio ; e notando na sua respectiva linha 1.º o apartamento correspondente á distancia polar , 2.º a latitude que corresponder á altura do astro ; esta latitude , procurada como apartamento na linha 100 , mostrará o angulo horario , ou o seu supplemento ; e aquelle apartamento , procurado como latitude na mesma linha , deverá mostrar-nos o angulo azimuthal , ou o seu supplemento.

$$65,, \text{ sus. } v. x = 2 \cos. \frac{1}{2} (a + l + d) \cos. \frac{1}{2} (a + l - d)$$

$$66,, \text{ sen. } a = \text{sen. } (l + d) - \text{sen. } d \cos. l \text{ sen. } v. h$$

$$67,, \text{ sen. } v. h = 2 \text{ sen. } \frac{1}{2} (d + l + a) \cos. \frac{1}{2} (d + l + a)$$

$$\text{cosec. } d \text{ sec. } l$$

$$69 \left\{ \begin{array}{l} \cot. y = \text{tg. } \frac{1}{2} s \cot. \frac{1}{2} (l' - d) \text{ tg. } \frac{1}{2} (d' + d) \\ \text{tg. } l = \cot. \frac{1}{2} (d' + d) \cos. \frac{1}{2} s \text{ cosec. } y \text{ sen. } (y + \frac{1}{2} D) \end{array} \right.$$

$$\text{sen. } (h - \frac{1}{2} i) = \text{sen. } \frac{1}{2} (a - a') \cos. \frac{1}{2} (a + a') \text{ cosec. } d$$

$$\text{sec. } l \text{ cosec. } \frac{1}{2} i$$

$$71 \left\{ \begin{array}{l} \text{sen. } x = \text{sen. } d \text{ sen. } h \text{ sec. } a \\ \text{sen. } (l + d) \text{ ou sen. } d = \text{sen. } a + \text{sen. } d \cos. l \text{ sen. } v. h \end{array} \right.$$

$$\text{semelhante á do } \S. 55 ; \text{ tomando-se por ponto do$$

$$72 \left\{ \begin{array}{l} \text{limbõ de hum astro o centro do outro, e fazendo} \\ \text{do } \Delta' \text{ negativo a respeito de } \Delta \end{array} \right.$$

$$79,, \text{ sus. } v. x = 2 \text{ sen. } \frac{1}{2} (\delta + d - \lambda) \text{ sen. } \frac{1}{2} (\delta + d + d')$$

$$\text{cosec. } \delta \text{ cosec. } d$$

$$80,, \text{ sen. } v. y = 2 \text{ sen. } \frac{1}{2} (\delta + \sigma - \lambda) \cos. \frac{1}{2} (\delta + \sigma + \lambda)$$

$$\text{cosec. } \delta \text{ sec. } \sigma$$

$$81,, \text{ sen. } l = \text{sen. } (\sigma + d) - \text{sen. } d \cos. \sigma \cos. \pi$$

$$82,, \text{ cos. } z = \text{sen. } \pi \text{ sec. } l \text{ sen. } d$$

$$83,, \text{ sen. } h = \text{sen. } \pi \text{ sec. } l \cos. \sigma$$

A formula 72, supposto $\delta = 90^\circ$, reduz-se á

$$x = \frac{\Delta \text{ sen. } \phi}{\cos. \beta} - \frac{\Delta' \text{ sen. } \beta}{\cos. \phi}$$

e se for tambem $\phi = \beta$, resultará $x = \text{tg. } \beta (\Delta - \Delta')$, que he,

caso mais simples , e por tanto o preferível ; mas se tivermos tão sómente $\beta = \phi$, será $x = \text{tg. } \frac{1}{2} \delta \text{ tg. } \phi (\Delta - \Delta')$. Ultimamente $\beta = \phi = 45^\circ$, dá neste caso $x = (\Delta - \Delta') \text{ tg. } \frac{1}{2} \delta$.

FIM DA MEMORIA.

TYPO DAS NOVAS TABOAS MATHematicas.

Distanc. clas.	Lat. cresc.																Dif. em Horiz.	Cl. Ref.		
	44°	46°	47°	48°	49°	50°	51°	52°	53°	54°	55°	56°	57°	58°	59°	45°				
	7.100	7.042	698	644	596	546	494	440	384	326	266	204	140	74	10	7.071	2,05	2,06	57,40	Cos. { dos arc. Cot. { infer.
11	7.310	7.246	803	749	695	641	587	533	479	425	371	317	263	209	155	7.341	2,26	2,27	57,28	
12	7.520	7.451	817	763	709	655	601	547	493	439	385	331	277	223	169	7.611	2,46	2,47	57,17	
13	7.730	7.656	831	777	723	669	615	561	507	453	399	345	291	237	183	7.881	2,67	2,68	57,05	
14	7.940	7.862	845	791	737	683	629	575	521	467	413	359	305	251	197	8.151	2,87	2,89	56,94	
15	8.150	8.068	859	805	751	697	643	589	535	481	427	373	319	265	211	8.421	3,08	3,09	56,83	
16	8.360	8.274	873	819	765	711	657	603	549	495	441	387	333	279	225	8.691	3,28	3,29	56,73	
17	8.570	8.480	887	833	779	725	671	617	563	509	455	401	347	293	239	8.961	3,49	3,50	56,63	
18	8.780	8.686	901	847	793	739	685	631	577	523	469	415	361	307	253	9.231	3,69	3,70	56,53	
19	8.990	8.892	915	861	807	753	699	645	591	537	483	429	375	321	267	9.501	3,90	3,91	56,43	
20	9.200	9.100	929	875	821	767	713	659	605	551	497	443	389	335	281	9.771	4,10	4,11	56,34	
21	9.410	9.306	943	889	835	781	727	673	619	565	511	457	403	349	295	10.041	4,31	4,32	56,25	
22	9.620	9.512	957	903	849	795	741	687	633	579	525	471	417	363	309	10.311	4,51	4,52	56,16	
23	9.830	9.718	971	917	863	809	755	701	647	593	539	485	431	377	323	10.581	4,72	4,73	56,07	
24	10.040	9.924	985	931	877	823	769	715	661	607	553	499	445	391	337	10.851	4,92	4,93	55,99	
25	10.250	10.130	999	945	891	837	783	729	675	621	567	513	459	405	351	11.121	5,13	5,14	55,91	
26	10.460	10.336	1013	959	905	851	797	743	689	635	581	527	473	419	365	11.391	5,33	5,34	55,83	
27	10.670	10.542	1027	973	919	865	811	757	703	649	595	541	487	433	379	11.661	5,54	5,55	55,74	
28	10.880	10.748	1041	987	933	879	825	771	717	663	609	555	501	447	393	11.931	5,74	5,75	55,66	
29	11.090	10.954	1055	1001	947	893	839	785	731	677	623	569	515	461	407	12.201	5,95	5,96	55,59	
30	11.300	11.160	1069	1015	961	907	853	799	745	691	637	583	529	475	421	12.471	6,15	6,16	55,51	
31	11.510	11.366	1083	1029	975	921	867	813	759	705	651	597	543	489	435	12.741	6,36	6,37	55,44	
32	11.720	11.572	1097	1043	989	935	881	827	773	719	665	611	557	503	449	13.011	6,56	6,57	55,37	
33	11.930	11.778	1111	1057	1003	949	895	841	787	733	679	625	571	517	463	13.281	6,77	6,78	55,30	
34	12.140	11.984	1125	1071	1017	963	909	855	801	747	693	639	585	531	475	13.551	6,98	6,99	55,23	
35	12.350	12.190	1139	1085	1031	977	923	869	815	761	707	653	599	545	489	13.821	7,18	7,19	55,16	
36	12.560	12.396	1153	1099	1045	991	937	883	829	775	721	667	613	559	503	14.091	7,39	7,40	55,09	
37	12.770	12.602	1167	1113	1059	1005	951	897	843	789	735	681	627	573	517	14.361	7,59	7,60	55,02	
38	12.980	12.808	1181	1127	1073	1019	965	911	857	803	749	695	641	587	531	14.631	7,80	7,81	54,96	
39	13.190	13.014	1195	1141	1087	1033	979	925	871	817	763	709	655	601	545	14.901	8,00	8,01	54,89	
40	13.400	13.220	1209	1155	1101	1047	993	939	885	831	777	723	669	615	559	15.171	8,21	8,22	54,82	
41	13.610	13.426	1223	1169	1115	1061	1007	953	899	845	791	737	683	629	573	15.441	8,41	8,42	54,76	
42	13.820	13.632	1237	1183	1129	1075	1021	967	913	859	805	751	697	643	587	15.711	8,62	8,63	54,69	
43	14.030	13.838	1251	1197	1143	1089	1035	981	927	873	819	765	711	657	603	15.981	8,82	8,83	54,63	
44	14.240	14.044	1265	1211	1157	1103	1049	995	941	887	833	779	725	671	617	16.251	9,03	9,04	54,57	
45	14.450	14.250	1279	1225	1171	1117	1063	1009	955	901	847	793	739	685	631	16.521	9,23	9,24	54,51	
46	14.660	14.456	1293	1239	1185	1131	1077	1023	969	915	861	807	753	699	645	16.791	9,44	9,45	54,45	
47	14.870	14.662	1307	1253	1199	1145	1091	1037	983	929	875	821	767	713	659	17.061	9,64	9,65	54,39	
48	15.080	14.868	1321	1267	1213	1159	1105	1051	997	943	889	835	781	727	673	17.331	9,85	9,86	54,33	
49	15.290	15.074	1335	1281	1227	1173	1119	1065	1011	957	903	849	795	741	687	17.601	10,05	10,06	54,27	
50	15.500	15.288	1349	1295	1241	1187	1133	1079	1025	971	917	863	809	755	701	17.871	10,26	10,27	54,21	
51	15.710	15.494	1363	1309	1255	1201	1147	1093	1039	985	931	877	823	769	715	18.141	10,46	10,47	54,15	
52	15.920	15.702	1377	1323	1269	1215	1161	1107	1053	999	945	891	837	783	729	18.411	10,67	10,68	54,09	
53	16.130	15.908	1391	1337	1283	1229	1175	1121	1067	1013	959	905	851	797	743	18.681	10,87	10,88	54,03	
54	16.340	16.112	1405	1351	1297	1243	1189	1135	1081	1027	973	919	865	811	757	18.951	11,08	11,09	53,97	
55	16.550	16.316	1419	1365	1311	1257	1203	1149	1095	1041	987	933	879	825	771	19.221	11,28	11,29	53,92	
56	16.760	16.518	1433	1379	1325	1271	1217	1163	1109	1055	1001	947	893	839	785	19.491	11,49	11,50	53,87	
57	16.970	16.720	1447	1393	1339	1285	1231	1177	1123	1069	1015	961	907	853	799	19.761	11,69	11,70	53,82	
58	17.180	16.928	1461	1407	1353	1299	1245	1191	1137	1083	1029	975	921	867	813	20.031	11,89	11,90	53,76	
59	17.390	17.134	1475	1421	1367	1313	1259	1205	1151	1097	1043	989	935	881	827	20.301	12,10	12,11	53,71	
60	17.600	17.340	1489	1435	1381	1327	1273	1219	1165	1111	1057	1003	949	895	843	20.571	12,31	12,32	53,65	
61	17.810	17.546	1503	1449	1395	1341	1287	1233	1179	1125	1071	1017	963	909	855	20.841	12,51	12,52	53,60	
62	18.020	17.752	1517	1463	1409	1355	1301	1247	1193	1139	1085	1031	977	923	869	21.111	12,72	12,73	53,55	
63	18.230	17.954	1531	1477	1423	1369	1315	1261	1207	1153	1099	1045	991	937	883	21.381	12,92	12,93	53,50	
64	18.440	18.156	1545	1491	1437	1383	1329	1275	1221	1167	1113	1059	1005	951	897	21.651	13,13	13,14	53,45	
65	18.650	18.358	1559	1505	1451	1407	1343	1299	1245	1181	1127	1073	1019	965	911	21.921	13,33	13,34	53,40	
66	18.860	18.556	1573	1519	1465	1421	1357	1303	1249	1195	1141	1087	1033	979	925	22.191	13,54	13,55	53,35	
67	19.070	18.754	1587	1533	1479	1435	1371	1317	1263	1209	1155	1101	1047	993	939	22.461	13,75	13,76	53,30	
68	19.280	18.948	1601	1547	1493	1449	1385	1331	1277	1223	1169	1115	1061	1007	953	22.731	13,95	13,96	53,25	
69	19.490	19.142	1615	1561	1507	1463	1409	1349	1291	1237	1183	1129	1075	1021	967	23.001	14,16	14,17	53,20	
70	19.700	19.336	1629	1575	1521	1477	1423	1363	1305	1249	1195	1141	1087	1033	981	23.271	14,36	14,37	53,15	
71	19.910	19.526	1643	1589	1535	1491	1437	1377	1319	1263	1209	1155	1101	1047	993	23.541	14,57	14,58	53,10	
72	20.120	19.716	1657	1603	1549	1505	1451	1391	1333	1277	1223	1169	1115	1061	1007	23.811	14,77	14,78	53,05	
73	20.330	19.902	1671	1617	1563	1519	1465	1405	1347	1291	1237	1183	1129	1075	1021	24.081	14,98	14,99	53,00	
74	20.540	20.088	1685	1631	1577															

E R R A T A S.

Pag.	§§.	linh.	lê-se	lêa-se
9	18.	11	se reduziria	tudo se redu- ziria
16	46.	5	o de outros	o de outras
24	64.	penult.	71	81
32	72.	6	verdeira	verdadeira