

MEMORIA
SOBRE O PROBLEMA
DAS
LONGITUDES.

POR
J. M. D. P.



BIBLIOTECA DE MARINHA
LEGADO DO ALMIRANTE
GAGO COUTINHO

LISBOA:
NA IMPRESSÃO IMPERIAL E REAL.

20.00

ANNO DE 1826.

Com Licença.

MEMORIA
SOBRE O PROBLEMA
DAS
LONGITUDES.

504
J. M. D. P.



BIBLIOTECA DA UNIVERSIDADE
DE COIMBRA

LISBOA:
NA IMPRESSÃO IMPERIAL E REAL

ANNO DE 1827
Compreto

MEMORIA
SOBRE O PROBLEMA
DAS LONGITUDES.

1. A Solução do problema das longitudes no mar tem sido objecto das meditações de distinctos sabios, e navegadores; vindo todos a concordar em que a melhor he dada pelos chronometros, mormente depois que a perfeição destas maquinas he tal qual estamos presencendo.
2. Reduz-se pois a dita solução a combinar com a hora do chronometro a de bordo calculada por algum dos methodos expendidos na Memoria, que fiz imprimir em os numeros 74, e 75 do Jornal de Coimbra; sendo claro que se deverá preferir o melhor possivel. (1)
3. He sabido que na falta de chronometros convem recorrer ás distancias lunares; as quaes no mar alto devemos aliás empregar na determinação do nosso conceito á cerca da marcha dos referidos chronometros; sobre a qual influem a temperatura da atmosphera, o magnetismo, e as concussões produzidas ex. gr. pelas descargas de artilheria.
4. Por tanto ainda hoje podemos affirmar, que o methodo das distancias da Lua-ás Estrellas, e aos Planetas, he o principal para a determinação das longitudes no mar; motivo que o tem feito considerar, ou virar, por todos os lados: já resolvendo o problema graficamente, mediante Cartas, ou tão volumosas como as de Margetts, ou tão simples como a de Maingon; já compondo Taboas auxiliares *especiales*, ainda que tão avultadas como as de Mr. Mendoza, que todavia andão por hum quinto das Inglezas.

5. Com tudo voga mais geralmente conhecida a solução de Mr. de Borda, referida quasi que tão sómente ás ordinarias Taboas Logarithmicas; e considerando as circunstancias em que não convem effectuar observações de altura.

6. A esta solução muito bem desenvolvida na *Descripção e uso do círculo de reflexão* cuja traducção offereci á Sociedade Real Maritima seguirão-se outras pertencendo simplificaça, como se póde colher de Mackay, e de varios Auctores mais, até Mr. du Bourguet, cujo methodo li nos *Annaes Maritimos* relativos a 1818.

7. Ainda ignoro se as *Lunar and horary Tables* recentemente publicadas em Londres, adiantão alguma cousa a este respeito; mas he sem dúvida, que tão multiplicadas soluções motivarão já em 1807 no Redactor do *Monthly review* a pertença de analysallas comparativamente, para se fixar a escolha da mais vantajosa.

8. Chegando esta pertença ao meu conhecimento, noticiei-lhe immediatamente as soluções que consideravamos devidas aos Senhores Francisco de Paula Travassos, e José Monteiro da Rocha, participando-lhe tambem a proveniente da transformação que eu havia feito á fórmula de Mr. le Gendre, impressa no Tomo 6.º das Memorias do Instituto: solução que já tinha communicado á Academia Real das Sciencias, em Memoria que li na Sessão de onze de Março do dito anno, como consta dos assentos da mesma Sessão; e cuja prática expendi em folha volante, expendendo-a depois mais largamente em outra Memoria impressa no mesmo anno, antes da minha ida para o Brazil.

9. De todas as soluções referidas, ou de todos os methodos empregados no calculo da reduccaõ das distancias Lunares, huns procurão determinar a distancia verdadeira; e outros a differença entre esta distancia, e a que chamamos apparente: os ultimos a meu ver devem preferir, não sendo estes mais complicados, ou attentivamente inexactos; pois pertencendo obter

hum numero menor, podem empregar no calculo delle numeros tambem menores, vindo assim a facilitar e abbreviar muito este calculo.

10. Convem por tanto preferir entre todos os methodos o melhor destes ultimos, e como em taes calculos se conta com certeza sufficiente até á ultima casa dos numeros com que são executados, por isto, e porque as differenças das distancias geralmente consideradas, e contadas em centesimos de minuto, são designadas por numeros de quatro algarismos, he claro que para taes calculos bastará que as Taboas cheguem até á terceira casa decimal.

11. Isto supposto, se representarmos por δ a distancia apparente dos dois astros, por β a altura do centro da Lua, media entre a apparente e a verdadeira, por ϕ a media altura do outro astro, por Δ e Δ' as differenças respectivas das ditas alturas, a formula de Mr. le Gendre se reduz a

$$x = \frac{1}{2} \left\{ \begin{array}{l} (\text{Sen. } \beta - \text{sen. } \phi) \left(\frac{\Delta}{\cos. \beta} + \frac{\Delta'}{\cos. \phi} \right) \cot. \frac{1}{2} \delta - \\ (\text{Sen. } \beta + \text{sen. } \phi) \left(\frac{\Delta}{\cos. \beta} - \frac{\Delta'}{\cos. \phi} \right) \text{tg. } \frac{1}{2} \delta \end{array} \right\}$$

da qual o Auctor deduz e conclue

$$x = \left\{ \begin{array}{l} (\Delta + \Delta') \text{sen. } \frac{1}{2} (\beta - \phi) \cos. \frac{1}{2} (\beta + \phi) \cot. \frac{1}{2} \delta - \\ (\Delta - \Delta') \cos. \frac{1}{2} (\beta - \phi) \text{sen. } \frac{1}{2} (\beta + \phi) \text{tg. } \frac{1}{2} \delta \end{array} \right\}$$

mas que, transformada pela maneira seguinte, finaliza na que publiquei, e me parece preferivel: a saber;

$$x = \left\{ \begin{array}{l} \frac{\Delta}{2 \cos. \beta} ((\text{sen. } \beta - \text{sen. } \phi) \cot. \frac{1}{2} \delta - (\text{sen. } \beta + \text{sen. } \phi) \text{tg. } \frac{1}{2} \delta) + \\ \frac{\Delta'}{2 \cos. \phi} ((\text{sen. } \beta - \text{sen. } \phi) \cot. \frac{1}{2} \delta + (\text{sen. } \beta + \text{sen. } \phi) \text{tg. } \frac{1}{2} \delta) \end{array} \right\}$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} \Delta \frac{\text{sen. } \beta \cos. \delta - \text{sen. } \phi}{\cos. \beta \text{sen. } \delta} - \\ \Delta' \frac{\text{sen. } \phi \cos. \delta - \text{sen. } \beta}{\cos. \phi \text{sen. } \delta} \end{array} \right\}$$

$$x = -\Delta + \Delta' + \frac{2 \cos. \frac{1}{2}(\delta + \beta + \varphi)}{\text{sen. } \delta} \left(\frac{\Delta}{\cos. \beta} \text{sen. } \frac{1}{2}(\delta + \beta - \varphi) - \frac{\Delta'}{\cos. \varphi} \text{sen. } \frac{1}{2}(\delta - \beta + \varphi) \right)$$

expressão conforme com a regra, e com o exemplo de calculo, existentes nas pag. 31 e 32 da minha Memoria impressa em 1807: restando apenas produzir as Taboadas, que devem apurar a facilitação do calculo respectivo, aliás bem diminuto. (3)

12. Designando por δ e δ' as distancias apparente, e verdadeira dos dois astros observados, por λ e λ' as alturas apparente, e verdadeira da Lua, por σ e σ' as do outro astro (seja Estrella ou Planeta); he sabido que $(\cos. \delta' + \cos. (\lambda + \sigma'))$ $\cos. \lambda \cos. \sigma = (\cos. \delta + \cos. (\lambda + \sigma)) \cos. \lambda' \cos. \sigma'$; fazendo $\cos. (\lambda + \sigma) + \cos. (\lambda' + \sigma')$: $\cos. (\lambda + \sigma) + \cos. (\lambda + \sigma) = k$, teremos $\cos. \delta' = k (\cos. \delta + \cos. (\lambda + \sigma)) - \cos. (\lambda' + \sigma')$; reduz-se consequentemente o calculo das distancias ao do quarto termo da proporção $\cos. (\lambda + \sigma) + \cos. (\lambda + \sigma) : \cos. (\lambda' + \sigma') + \cos. (\lambda' + \sigma') :: \cos. \delta + \cos. (\lambda + \sigma) : y$, pois diminuindo deste y o $\cos. (\lambda' + \sigma')$ teremos $\cos. \delta'$, e por consequencia δ' .

13. Por tanto segue-se que, mediante as novas Taboadas o referido calculo vem a cifrar-se em ver qual he o arco onde o segundo termo da proporção considerado como Latitude corresponde ao primeiro considerado como Distancia; pois y deve ser a Latitude, que nesse mesmo arco estiver correspondendo á Distancia designada pelo terceiro termo.

No seguinte exemplo acabarei de evidenciar este calculo praticamente.

$$\left\{ \begin{array}{l} \cos. \lambda \cos. \sigma = (\cos. \delta + \cos. (\lambda + \sigma)) \cos. \lambda' \cos. \sigma' \\ \cos. (\lambda + \sigma) + \cos. (\lambda' + \sigma') : \cos. (\lambda + \sigma) + \cos. (\lambda + \sigma) = k \\ \cos. \delta' = k (\cos. \delta + \cos. (\lambda + \sigma)) - \cos. (\lambda' + \sigma') \end{array} \right.$$

EXEMPLO.

Arco 1.º = $\delta = 52^{\circ} 57',00''$, Lat. = + .60251

2.º = $\lambda = 36^{\circ} 24',12''$, 5.º Lat. = - .02699

3.º = $\sigma = 55^{\circ} 8',66''$, s' = + .57552

4.º = $\lambda + \sigma = 18^{\circ} 44',54''$, Lat. = + .94697

5.º = $\lambda + \sigma = 91^{\circ} 32',78''$, Lat. = - .02699

6.º = $\lambda' = 37^{\circ} 8',15''$, s'' = + .91998

7.º = $\sigma' = 55^{\circ} 8',00''$

8.º = $\lambda' + \sigma' = 17^{\circ} 59',85''$, Lat. = + .96107

9.º = $\lambda' + \sigma' = 92^{\circ} 16',15''$, Lat. = - .03959

s''' = + .91148

proporção s'' : s''' :: s' : y = + .57020

9.º - Lat. = + .03959

Lat. $\delta' = + .60979$

$\delta' = 52^{\circ} 25',5''$

Applicando este methodo ao exemplo da pag. 32 da minha Memoria sobre as novas Taboadas, resultaria a distancia verdadeira = $108^{\circ} 27',61''$; e por tanto no presente caso vem o resultado daquella approximação a differir da exactidão apenas 0',03.

14. Se em vez de indicarmos por σ e σ' as alturas apparentes do astro, designassemos as suas distancias ao Zenith; e se então fizessemos $\text{sen. } (\sigma' + \lambda') + \text{sen. } (\sigma' - \lambda') : \text{sen. } (\sigma + \lambda) + \text{sen. } (\sigma - \lambda) = k$, sairia $\cos. \delta' = k (\cos. \delta - \text{sen. } (\sigma + \lambda)) + \text{sen. } (\sigma' + \lambda')$; e o calculo respectivo reduzir-se-hia ao da proporção $\text{sen. } (\delta + \lambda) + \text{sen. } (\sigma - \lambda) : \text{sen. } (\sigma' + \lambda') + \text{sen. } (\sigma' - \lambda') :: \cos. \delta - \text{sen. } (\sigma + \lambda) : y$, que somado com $\text{sen. } (\sigma' + \lambda')$ daria $\cos. \delta'$, dependendo este calculo muito menos de attenção aos signaes.

15. Para esta ser a menor possível convem preferir a distancia zenithal que exceder a altura do outro astro, pois então $\sigma' - \lambda'$ será sempre positivo; e de mais a mais o calculo não soffre modificação que o torne mais extenso, ou mais complicado.

16. Observarei finalmente que as Latitudes negativas correspondem aos supplementos dos arcos maiores do que 90°; e são tambem os apartamentos correspondentes aos complementos destes arcos: além de que para se ver o gráo de approximação da formula do §. 11, no caso a que se reporta o exemplo anterior, passarei a transcrever o calculo respectivo.

Arco 1.° = 55° 8,32 ,,	Corr. 1.ª = 0,69 ,,	Ap. 1.° = 0,747
2.° = 36 46,27 ,,	2.ª = 44,33	2.° = 16 449
3.° = 52 57,00 ,,	Cl. 2.ª = 15,67	Diff. = 15 702
4.° = 144 51,59		Lat. = 5,939
5.° = 72 25,79	Corr. 1.ª + Cl. 2.ª = 16,360	
6.° = 17 17,47	Dist. ap. = 52 57	
7.° = 35 39,52	Verd. = 52,25 24	

se repetissemos o calculo tomando como δ a Distancia media entre a calculada e apparente, resultaria Dist. verd. = 52 25 27.

17. Passando agora a tratar da solução do problema, quando faltarem chronometros, e as distancias não poderem ser observadas, já por excederem os arcos dos instrumentos de reflexão, já por estes instrumentos poderem apenas servir para observações de alturas iguaes ou correspondentes, reduzirei esta Solução á do Problema que vou enunciar, na intelligencia de ser tão sómente hum recurso nas circunstancias mencionadas.

Π ρ ο ς ο ι ς ἄ ο.

Conhecido o intervallo de duas correspondentes lunares, as respectivas distancias polares deste astro, e a Latitude do Observador supposta constante, determinar a longitude de bordo.

Σ ο λ υ ῶ ο.

Com os dados do problema determinaremos primeiro qual-quer dos angulos horarios; pois suppondo $i =$ ao intervallo, conhecido em consequencia de ser dado por hum bom relógio; e suppondo o angulo horario $h = x$, se designarmos por D e D' as distancias polares, e por h' o outro angulo horario, que deve ser $= i - x$, teremos na supposição de

sen. D : sen. D' sen. $i =$ cot. k (A)

sen. $(k - i)$: sen. k sen. $i =$ tg. M (B)

teremos digo (C) ou
sen. $(M + x) = \frac{2 \cos. M \text{ Tg. } i \text{ sen. } \frac{1}{2} \delta \text{ sen. } \frac{1}{2} (D + D')}{\text{sen. } (k - i) \text{ sen. } D' \text{ sen. } i}$
formula na qual $\delta = D' - D$: tendo assim $M + x$ por meio de onze Logarithmos, diminuir-lhe-hemos M , e restará o procurado x . (4)

18. Servindo-nos das novas Taboadas para calcularmos este x , principiaremos marcando o apartamento, que, no arco i corresponde á distancia 1; entraremos com elle na columna dos do arco D , e na sua linha marcaremos o que corresponde ao arco D' : passando a ver em que arco este ultimo apartamento corresponde á Latitude 1, esse arco será o designado por k . Procurando o primeiro apartamento na columna das do rumo $k - i$, marcaremos na sua linha o que pertence ao arco subsidiario k ; e o arco em que este ultimo apartamento corresponder á Latitude 1 será o designado por M . Procurado o mesmo primeiro apartamento na columna dos do arco i , marcaremos a Latitude respectiva; e entrando com a sua metade na columna das do arco M , determinaremos o apartamento que na

sua linha corresponde ao rumo $\frac{1}{2}d$; com este apartamento entraremos na columna dos do arco D' , e determinaremos o que na sua linha compete ao rumo $\frac{1}{2}(D+D')$; este ultimo apartamento procurado entre os correspondentes á distancia 1 dará o valor do arco $M+x$.

19. Mediante as mesmas Taboadas poderíamos effectuar o mesmo calculo por outros modos; e outro tanto se poderia verificar nos mais calculos: para exemplo servirá o seguinte no caso presente. Marque-se, e dobre-se o apartamento correspondente á distancia 1 no rumo D ; e passando a marcar as Latitudes que correspondem á mesma distancia nos rumos $D'+i$ e $D'+i$, bem como a diminuir esta daquella, procuraremos o resto na linha do dobro, e na sua columna marcaremos o numero fronteiro á distancia 1; então procurando o arco em que este numero considerado como apartamento corresponde á Latitude 1, esse arco será o subsidiario k . Neste e no arco i marquem-se as Latitudes correspondentes a 1 de apartamento; diminua-se a primeira da segunda, e o arco aonde este resto procurado entre os apartamentos corresponder á Latitude 1 será precisamente M . Dobre-se a Latitude que neste arco estiver defronte da distancia 1, e procurando-se este dobro entre as do arco i marque-se o apartamento correspondente: notem-se as Latitudes que nos arcos $D'-i$, $D'+i$, D , D' correspondem á distancia 1, e tirando a 2.^a da 1.^a assim como a 4.^a da 3.^a teremos dois restos: determinando o quarto termo da proporção, cujos primeiros tres forem o 1.^o resto, o 2.^o, e o apartamento, este quarto termo procurado entre os apartamentos correspondentes á distancia 1 dará o arco $M+x$.

20. Chegando por qualquer dos ditos calculos a conhecer o angulo horario da Lua, e combinando-o com o do Sol, dado ou pelo relógio, ou por observações correspondentes do mesmo Sol (tão simultaneas quanto for possível), a combinação dos dois angulos com a solar distancia ao Equinocio mostrará qual he a ascensão recta da Lua no momento da primeira observa-

ção; momento que, confrontado com o deduzido das Ephemerides, e relativo ao primeiro Meridiano, evidenciará precisamente a Longitude procurada.

21. Sabendo esta muito diversa da estimada, repetiremos o calculo tomando-a como procedente da estima; e tomando mesmo como declinações da Lua as que corresponderem á ascensão recta calculada, como bem adverte Mr. Delambre na pag. 639 do 3.^o Volume da sua Astronomia; aonde, supposto diga tambem que o methodo dos angulos horarios existe abandonado, nem por isso deixa de asséverar, que he bom; além do que, outra vez q' repito, assaz declarei que o contemplo como recurso nas circumstancias a que o reporto.

22. De noite não poderemos confrontar o angulo horario da Lua com o do Sol mediante observações visinhas, porém ou teremos relógio regulado a proposito, ou nas Estrellas encontraremos o prompto, e costumado recurso: podendo talvez por intervenção dellas determinar a altura da Lua em qualquer instante, sem dependencia do conhecimento do nem hum dos seus elementos Astronomicos (5); objecto assaz attendivel quando ha erro consideravel na Longitude estimada, ou na hora de bordo.

22. Com effecto, observando á quem do Meridiano alturas iguaes da Lua, e de huma Estrella conhecida, se depois observarmos a correspondente desta ultima, obteremos por meio das duas correspondentes o angulo horario da Estrella; com o qual, e com a respectiva distancia polar, huma vez que tambem se conheça a Latitude, poderemos descobrir o valor da altura, que tambem he a do seu almucantarath, tempo conseguinte a da Lua, em cuja final determinação contemplaremos a proposito o diametro, e a parallaxe deste astro.

23. Nestes termos combinando o angulo horario da Estrella com o intervallo decorrido entre as alturas iguaes observadas primeiramente, conheceremos o angulo horario da Estrella no instante da observação Lunar; e poderemos passar a conhecer a

altura syderal no mesmo instante. Se accrescer observação da correspondente Lunar, também poderemos determinar a simultanea altura syderal, e deduzir desta determinação outras soluções ao Problema cada vez mais independentes dos elementos Lunares extrahidos das Taboas.

24. Não he menos claro que mais correspondentes poderão conduzir-nos a tomar por elementos dos mencionados calculos, ou só as diferenças dos angulos horarios, e as distancias polares; ou as diferenças destas distancias, e aquelles angulos; ou em fim as simplicies diferenças de huns, e outros dados.

25. Conhece-se finalmente com igual clareza, que a diversas correspondentes de hum astro podemos substituir alturas iguaes ou correspondentes de diversos astros; e que em lugar das mesmas correspondentes em varios dias poderemos servir-nos das iguaes ou correspondentes de varios astros no mesmo dia.

26. Passando agora a tratar da solução mais conveniente do Problema das Longitudes no mar, quando não existem alli Taboas Astronomicas, ou Ephemerides adequadas, nem Chronometros, nem Instrumentos de reflexão, principiarei mencionando que os navegadores rotineiros, quando não querem ou não sabem servir-se dos ditos instrumentos, recorrem ás variações da Agulha; variações cujas diferenças, ou cujas curvas nas Cartas dos mares mais frequentados, são felizmente mais proprias para a determinação das Longitudes do que serão para a das Latitudes.

27. Com tudo, para quem pertende sahir da classe de rotineiro, este recurso deve ser o ultimo, ainda mesmo quando existem a bordo as mais modernas Cartas, ou Listas, de taes variações; e quando demais a mais o navegador sabe contemplar convenientemente a marcha da sua modificação diurna, a influencia do lugar de bordo em que se faz a observação respectiva, e a do angulo da derrota com o rumo a que demora o astro observado.

28. Finalmente sabem todos que neste caso se reduz a solução do Problema das Longitudes a determinar a variação da Agulha, e a concluir que o Navio navega naquelle ponto do Globo em que no paralelo da sua Latitude se conta a variação observada; o qual ponto nas Cartas he necessariamente o da intersecção do paralelo com a curva da variação (6): por tanto só resta dizer a este respeito, que a dita solução se obterá procedendo como consta da Memoria que publiquei em os numeros 75, e 77 do referido Jornal de Coimbra, e considerando ao mesmo tempo o que deixo indicado no §. 27. (7)

Concluo em fim mencionando, que muito de proposito deixei de contemplar as soluções que se fundão na observação das alturas absolutas do nosso satellite: em cujo caso convirá ter bem presente huma Memoria que, respeitando-o, existe impressa no Tomo 8.º das publicadas pela Academia Real das Sciencias.

NOTAS.

(1) Aproveitarei esta occasião para notar, que as minhas Memorias serão impressas no Jornal de Coimbra, quando eu estava no Rio de Janeiro; e que ainda mesmo, sendo eu o revisor, escapar-me-hião facilmente alguns erros, ou typographicos, ou do copista: além disto observarei que, parecendo-me acertado repetir agora o menos possivel do que já corre impresso, me limito, em quanto a noções sobre os meios de regular os chronometros, a citar o Cap. 5.º da Astronomia Nautica de Mr. Rossel, e o pequeno Tratado publicado por Mr. Ward em 1817; assim como as Instrucções officiaes impressas na segunda parte dos Annaes Maritimos publicada em 1822.

(2) Então mesmo li como resposta á minha Carta anonyma o que vou copiar da pag. 336 do Vol. 53 do *Monthly review*: a saber;

„ In consequence of certain remarks wich we offered on Mr. Mendozza de Rios recent publication, and especially on the

„ method of finding the longitude from the moon's distance
 „ from a Star or the Sun, who have been favoured with a letter
 „ from a Portuguese correspondent. For the kindness of the
 „ communication we return our sincere thanks: but the fruit of
 „ it is at present unenjoyed by us, since we have not had the
 „ means of resorting to those sources of information wick are
 „ there pointed out. We will, however, exert our endeavours
 „ to be instructed; and we hope, by instruction to be able
 „ to perceive the scientific exactness and practical utility of the
 „ method and rules wick our obliging correspondent has been
 „ at the pains of transcribing from the Memoirs mentioned in
 „ his letter. Not yet understanding the principle and founda-
 „ tion of the process and rule, we must be contented with
 „ observing that, if only those operations be requisite wick
 „ our correspondent has performed by figures, and if they, can
 „ conveniently and quickly be executed, the process of clea-
 „ ring the moon's distance is easily accomplished, and of no
 „ tedious extent. „

(3) Na mencionada Memoria tratei como principal objecto a redução de quasi todas as Taboas conhecidas a huma, cujo typo imprimi, demonstrando ao mesmo tempo, que os calculos Logarithmicos poderião ser feitos semelhantemente com os numeros naturaes, procurados nas novas Taboas, que intento de nominar = Taboas Portuguezas =, as quaes se encontram assaz adiantadas, pois existem já calculadas, sob a minha direcção, pelos meus camaradas Caetano Procopio Godinho, e Silverio José Maciel, a quem o Serenissimo Senhor Infante Almirante General mandou incumbir esta assaz enfadonho trabalho. Depois da minha volta a este Reino, a pesar dos acontecimentos assaz notorios, fiz tirar a limpo, e coordenar as Taboas desde 3° e 87° até 24° e 66° inclusivamente. Com tudo, parecendo-me vantajoso principiar introduzindo mais geralmente o seu uso, medeante a sua redução ao menor volume admissivel, apresento agora hum novo typo das mesmas Ta-

boas, conforme o qual me proponho a fazer refundillas; typo que vai no fim desta Memoria, colhendo-se delle, que serão as Taboas reducidas a noventa laudas de quarto; e adicionando-se-lhes as mencionadas na pag. 40 da referida Memoria, as quaes occuparão mais vinte a quarenta laudas, bastarão para quasi todos os calculos de numeros, que não tenham mais de cinco algarismos; incluindo nestes calculos todos os nauticos, sem exclusão dos da derrota estimada: conseguindo-se tudo só com dezesseis a vinte folhas de impressão; e fazendo-se os calculos com os numeros naturaes assim como se executão com os Logarithmos. Para evidenciar isto mesmo nos casos tratados em os §§. 68, e 69 da mencionada Memoria, transcreverei as regras correspondentes: a saber;

Para o §. 68.

tome-se a Latitude que no rumo $\frac{1}{2} d$ corresponde á distancia 1, e entrando com esta Latitude na columna das do rumo $\frac{1}{2} (\Delta - i)$ marque-se o respectivo apartamento, com o qual se entrará na columna das Latitudes correspondentes ao rumo $\frac{1}{2} \sigma$, para se marcar tambem o seu apartamento: entrando com este na columna dos do primeiro arco $\frac{1}{2} d$, para se marcar a distancia correspondente, vêr-se-ha em qual arco esta distancia considerada como apartamento corresponde á Latitude 1, e esse arco deverá ser o subsidiario M. Procurando a Latitude, que neste arco M corresponde á distancia 1, e entrando com esta Latitude na columna das que se reportão a $\frac{1}{2} \sigma$, notar-se-ha o seu apartamento, com o qual se entrará na columna das Latitudes do arco λ , para se notar tambem o apartamento que lhe corresponder: entrando com este na columna das Latitudes do arco $\frac{1}{2} (\Delta - i)$, a distancia correspondente, procurada entre as Latitudes da linha primeira, fará conhecer o arco $\frac{1}{2} S - M$.

Para o §. 69. principiaremos notando a Latitude que no rumo ou arco $\frac{1}{2}(d'-d)$ corresponde á distancia 1, e entrando com esta Latitude na columna das do arco $\frac{1}{2}(d'+d)$ marcaremos o respectivo apartamento, com o qual iremos á columna das Latitudes do arco $\frac{1}{2}c$ para marcar o apartamento que lhe corresponder; entrando com este na columna dos do arco $\frac{1}{2}(d'-d)$ marcaremos a sua distancia, e procurando o arco em que esta distancia considerada como Latitude corresponde a l de apartamento, esse arco será o subsidiario y. Notando então no arco $(y + \frac{1}{2}D)$ o apartamento de fronteiro á distancia 1, e entrando com elle na columna dos do arco $\frac{1}{2}(d'+d)$ marcaremos a Latitude respectiva, com a qual considerada como distancia, no arco $\frac{1}{2}c$, marcaremos a Latitude correspondente, que procuraremos entre os apartamentos do arco y para marcarmos a distancia que lhe corresponder; e passando a ver em que arco esta distancia tomada como apartamento corresponde á Latitude 1, esse arco deverá ser a Latitude de bordo. Observarei ainda que nas Taboas, suppondo-se o raio igual á unidade, a tangente de qualquer arco deve ser o apartamento respectivo que corresponder á Latitude 1; e a cotangente deve ser a Latitude que corresponder a 1 de apartamento. Voltando em fim á formula de Mr. le Gendre notarei, que tambem se encontra no terceiro Volume da Astronomia de Mr. Delambre, impresso em 1814; sete annos depois de haver sido estampada a minha Memoria sobre as novas Taboas Mathematicas; com effeito recorrendo ao §. 55 e pag. 626 do mencionado Volume, e praticando a ultima substituição do §. na segunda formula da pag. resultará precisamente a primeira do §. 11 desta Memoria, huma vez que na substituição se despreze $\frac{1}{2}x$, ou se considere $\frac{1}{2}$ constante. Mr. Delambre prosegue eliminando este $\frac{1}{2}x$, que he a quarta parte da differença entre as duas distancias apparente e verdadeira; mas o calculo da formula resultante, sem deixar de ser aproximado, se torna assaz extenso.

(4) Quando tratei de transformar esta formula, que foi no anno 1800 segundo deve constar das Actas da Sociedade Real Maritima, occorreo-me que toda a expressão homogenea trigonometrica deve ser calculavel por logarithmos; e como a que não parece homogenea se reduz a que o seja, a referida these admitta a maior generalidade possivel. Com effeito, suppondo linear e binomial a expressão de que se trata, poderá ser reduzida a $Tg a \pm Tg b$, e por consequencia poderá ser calculavel por meio dos logarithmos: o que tambem acontecerá, sem a primeira redução, quando a expressão equivaler a $Sen a \pm Sen b$. Sendo a expressão linear, mas polynomia, cada dois termos della estarão no caso anterior; donde se segue que toda ella será calculavel semelhantemente. Sendo proposto hum binomio, cada hum de cujos termos tenha duas dimensões, sempre será reduzivel á forma $Tg^2 a \pm Tg^2 b$, ou $Tg a Tg b \pm Tg c Tg d$; e por consequente a ser calculavel logarithmicamente: o que conseguiremos com a maior facilidade fazendo na primeira forma $Tg^2 b$, e na segunda $Tg c Tg d$ igual a $Tg a Tg x$, pois em tal hypothese reduz-se aquella a $Tg a (Tg a \pm Tg x)$, e esta a $Tg a (Tg b \pm Tg x)$. A expressão polynomia, neste segundo caso, sendo tratada como no primeiro, tomará tambem forma calculavel por meio de logarithmos: além de que se vê já com assaz clareza, que semelhantemente podemos reduzir a esta forma as expressões cujos termos tiverem tres, ou mais dimensões. Chegado assim ao referido gráo de convicção, conclui que o mesmo acontecerá nas formulas ordinarias, suppondo cada termo igual a huma Tangente, ou ao producto de tantas Tangentes quantos forem os seus factores, e descobrindo nas Taboas Trigonometricas os arcos respectivos. Para se vêr como a these tem logar nas formulas compostas de termos irrationaes, convém ponderar que representando estes huma quantidade linear, e sendo os radicaes quadrados, necessariamente devem tres radicaes encerrar, ou poderem ser reduzidos a que encerrem, ter

mos de duas dimensões: isto supposto contemple-se que temos $\sqrt{\text{tg. } a \text{ tg. } b} + \sqrt{\text{tg. } c \text{ tg. } d}$, poderemos fazer . . .
 $\sqrt{\text{tg. } a \text{ tg. } b} = \text{tg. } k$, e $\sqrt{\text{tg. } c \text{ tg. } d} = \text{tg. } h$, substituindo consequentemente a formula dada esta, outra $\text{Tg. } k + \text{Tg. } h$ calculavel por logarithmos: exemplo este que mostra aliás como poderemos conseguir outro tanto em todos os casos do seu genero, pois todos serão semelhantemente reduzidos do estado irracional ao racional. A intervenção de arcos subsidiarios nas reduções mencionadas, deve não lhes servir de obstaculo, até por não haverem servido a outras de Neper, la Caille, Cagnoli, e mais Auctores assás conhecidos: todavia, não parando aqui passei a investigar se taes calculos poderião ser praticados com os numeros naturaes, como acabava de conhecer que o seja medeante os artificies; seguio-se convencer-me facilmente da respectiva possibilidade; huma vez que passando de redução em redução se possa paçar de sorte, que cada termo admitta ser representado por $\text{sen. } a$ $\text{sen. } b$, pois então selo-ha também por $\frac{1}{2} (\cos. (a-b) - \cos. (a+b))$, devendo observar-se, que a dita redução tem logar nas expressões taes como $\text{Tg. } a$ $\text{Tg. } b$ quando for admissivel a supposição de $\text{Tg. } a = \text{Sen. } x$, e $\text{Tg. } b = \text{Sen. } y$, ou quando as tangentes forem menores do que o raio; e também quando nas expressões como $\text{Sen. } a$ $\text{Sen. } b$ podermos suppor $\text{sen. } b = \text{tg. } c$, e $\text{cot. } c = \text{sen. } x$; principio este que, sendo applicavel as formulas da Trigonometria, também admite applicação aos calculos numeræes ou arithmeticos; nos quaes sempre será praticavel a redução á forma $\text{sen. } a$ $\text{sen. } b$, pois sempre poderemos tomar como raio huma quantidade superior ao maior factor de qualquer dos seus termos.
 (6) Semelhantemente os navegadores, não satisfeitos ex. gr. com o conhecimento da inclinação horizontal, combinão observações directas, e reversas, para prescindirem daquelle conhecimento; e para abstrahirem o dos diametros dos astros,

observão-lhes alternativamente os limbos inferiores e superiores: assim como para dependerem menos da bondade dos instrumentos de reflexão, ou crusão e multiplicação as observações; ou recorrem, seja ás iguaes, seja ás correspondentes, que também os fazem mais independentes do que diz respeito a parallaxes e refrações: de sorte que parece inherente á natureza humana procurar conseguir, e logo depois de haver conseguido, procurar prescindir do mesmo que conseguiu.

(6) Todavia, para ser evidente o conceito que corresponde ao merecimento deste recurso, é ao dos navegadores que só assim determinão a longitude, bastará mencionar que Wales, na terceira viagem de Cook, encontrou differenças de 3° , 5° , 6° , e 7° nas variações deduzidas de observações praticadas, ou com a mesma agulha em diversos Navios, ou com diversas agulhas no mesmo Navio; ou com huma agulha no mesmo lugar do mesmo Navio, mas em diversas epochas da viagem, ou em diferentes horas do dia; e quando observou, já com o Navio á véla, já com elle fundeado: chegando as differenças a 10° em consequencia de diversificar a direcção da derrota.

(7) Nos numeros 73 e 74 deste Jornal publiquei huma extensa Memoria sobre a Latitude, á qual também me reporto: e no numero 31 poderá vêr-se outra memoria sobre os principios do calculo superior, na qual também trato de algumas das applicações deste calculo, que de muito boa vontade empregaria presentemente na determinação das circumstancias mais, e menos favoraveis á execução dos methodos expostos, se os meus actuaes deveres me permittem dar-me a taes trabalhos conforme dezejo, e conforme convem ao seu desempenho.

Main table for TABOADINHAS with columns for Distance, Latit. Apart., L. A., L. A., L. A., L. A., L. A., L. A., L. A., L. A., Dif. por 1', and em L. em A. Includes a vertical label '15 (10 d. d. 17' on the left.

Main table for PORTUGUEZAS with columns for Distance, Latit. Apart., L. A., L. A., L. A., L. A., L. A., L. A., L. A., L. A., Dif. por 1', and em L. em A. Includes a vertical label 'Paralaxes da C' on the left.

OBSERVAÇÃO.

Nas Taboas anteriores, quando se tratar do raio I, con-
vira preferir os números correspondentes ao raio 100, andado
com o ponto das casas para a esquerda; pois assim obtere-
mos outras tantas casas mais de aproximação nos calculos res-
pectivos; e nas differenças chegaremos até a sexta casa deci-
mal; o que não deixará de ser vantajoso em muitos casos.

Retoques e additamentos relativos à minha Memoria sobre
as novas Taboadas.

Pag. Retoques e additamentos.

12 Os §§. 29 e seg. mostram também a maneira de determi-
nar os números reciprocos, ou de converter quaesquer di-
visores em factores, e vice-versa.

40 Na linha 9, depois de Makay não desconvem accres-
centar = mais as conducentos a supprir falta de Epheme-
ride.

Table with multiple columns of numbers, likely a logarithmic or trigonometric table, with some text annotations.

Obras publicadas por J. M. D. P.

MEIOS de aprender a contar, e escritos por Condorcet,
traduzidos, notados, e addicionados.

Calculo das Penções vitalicias escrito por Saint-Cyran,
traduzido, e accrescentado com algumas notas, e com um
appendice relativo à theoria e pratica dos juros compostos,
dos descontos, e das annuidades.

Reflexões sobre o Commercio dos Seguros em geral, e
mais particularmente sobre o dos navaes.

Elementos de Arithmetica universal para uso do Com-
mercio e da Fazenda: composição principiada pelo actual
Taboas Logarithmicas dos numeros naturaes: id.

Reflexões sobre algumas sommas dos termos das series
Arithmeticas: id.

Memoria Mathaphysico-Geometrica, na qual também se
trata da medição dos volumes irregularissimos.

Memoria sobre os principios do calculo superior, incluin-
do algumas das suas applicações.

Modêlo de humas novas taboadas, e demonstração do uso
dellas nos calculos Arithmeticos, Trigonometricos, e Nauticos.

Parte da Ephemeride para 1796. Ephemerides para 1796,
1797, e 1798 addicionadas com Memorias sobre o calculo da
latitude já pelo methodo de Diquyes já pelo que denominao
das projecções orthographicas, e já mediando observação de
alturas proximas ás meridianas: havendo mais outra Memoria
sobre o calculo da longitude, ou por meio dos Eclipses das Es-
trellas e Planetas, calculados á maneira das distancias, ou por
meio destas distancias calculadas pelo methodo de Borda; Mem-
oria, que se tem a impressão mais correctã, e accrescen-
tada, a qual não executoi por haver preferido publicar a pre-
sente.

Memoria sobre a determinação da latitude nas circumstan-
cias diversas em que os Navegadores podem achar-se.

Memoria sobre a determinação da hora de bordo: id.
Dita sobre a da variação: id.
Dita sobre os instrumentos de reflexão.

Reflexões sobre as dilatações dos semidiametros da Luz
produzidas pela parallaxe.

Tres Memorias sobre a tactica Naval, propondo huma ordem nova, e seja qual for a que se adopte.

Memoria auxiliar ás anteriores, na qual se tracta de determinar a distancia, grandeza, e marcha dos objectos avistados no mar: assumpto a cujo respeito se releva o que foi escrito por Mr. Ramatuelle.

Systema de signaes para a communicação de quaesquer Navios entre si, e com a terra, em qualquer occasião, lugar, e tempo; e seja qual for a ordem naval adoptada.

Regimento e Diccionario a bem da execução dos ditos signaes.

Esboço da organização, e regimẽ da Marinha Portugueza, conforme convem aos dictames da razão nas actuaes circumstancias.

Reflexões sobre a organização da Suprema Authoridade Naval Portugueza.

Bosquejo analytico relativo ao Decreto da extincção do Conselho de Almirantado.

Demonstração do muito que deve convir a composição da ordenança naval.

Noções da legislação naval portugueza até 1820.

Emendas, retoques, e additamentos ás ditas noções.

Elogio Historico do Senhor Infante Almirante General.

Discursos recitados em 1823, 1824, e 1825 nas Sessões publicas da Academia Real das Sciencias; contendo a historia da Academia desde a sua fundação.

Discursos recitados por occasião da felicissima Restauração do Throno Lusitano, e da tomada de Cadiz em 1823.

Memoria sobre a Passigraphia.

Carta a Silvestre Pinheiro Ferreira sobre o que por elle havia sido escrito á cerca desta Memoria.

Fantasia constitucionaes seguidas por algumas reflexões da razão, e da experiencia.

Memorias para a Historia da denominada Regeneração Portugueza em 1820.

Quadro synoptico das Nações e dos homens.

Convite aos meus Collegas, e Camaradas em 1810 para reduzirmos os escritos manuscritos a hum que desempenhase o titulo = Bibliotheca do Official de Mar e Guerra =